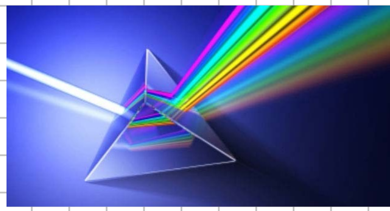
Physik



- untersucht grundlegende Phänomene d. Natur (beschreiben, verstehen, vorhersagen ...)
- befasst sich insbesondere mit Materie und Energie
- und deren Wechselwirkungen in Raum und Zeit

Kinematik

algebraische und geometrische Beschreibung von Bewegungen ohne Ursachen d. Bewegungen in Betracht zu ziehen

Bezugssystem

Koordinatensystem, das starr mit Bezugskörper der realen Welt verbunden ist, mit einer darin ruhenden Uhr

Def Meter Wegstrecke, die Licht in gewisser Zeit zurücklegt

Def Sekunde Zeit von gewisser Anzahl Schwingungsdauern d. el.-magn. Strahlung aus dem Übergang zw. Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von ^{133}Cs

Ort, Geschwindigkeit, Beschleunigung

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} \qquad \vec{r}(t_1) = \vec{r}_0 + \int_{t_0}^{t_1} \vec{v}(t)\,dt$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}} \qquad \vec{v}(t_1) = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^{t_1} \vec{a}(t)\,dt$$

Dynamik

Ursachen für Bewegungen (Kräfte)

Inertialsystem

System, in dem sich ein kräftefreier Körper geradlinig gleichförmig bewegt (Bezugssystem, in denen das Trägheitsgesetz gilt)

Newtonsche Gesetze

1. Newton'sches Gesetz (Trägheitsprinzip)

Jeder Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder gleichförmig geradliniger Bewegung, solange keine Kraft auf ihn wirkt.

2. Newton'sches Gesetz (Aktionsprinzip)

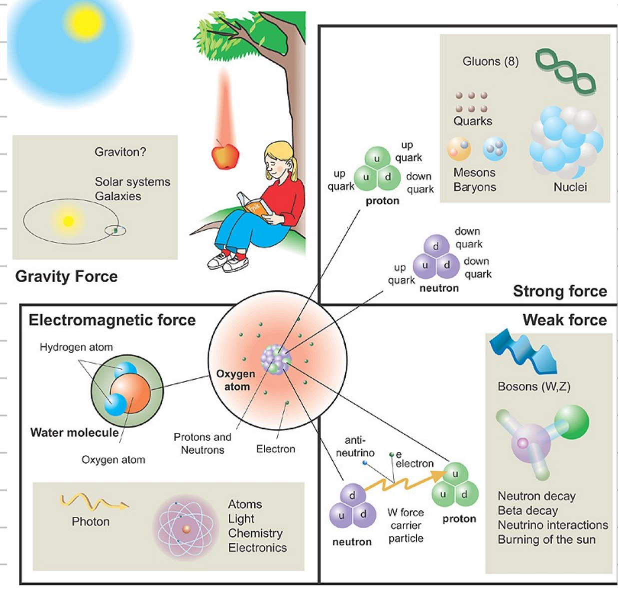
Wirkt auf einen Körper eine Kraft, so wird er in Richtung der Kraft beschleunigt. Die Beschleunigung ist der Kraft direkt, der Masse des Körpers umgekehrt proportional. ($F = ma$)

3. Newton'sches Gesetz (Reaktionsprinzip)

Besteht zwischen zwei Körpern A und B eine Kraftwirkung, so ist die Kraft, welche von A auf B ausgeübt wird, der Kraft , die B auf A ausübt entgegengesetzt gleich. ("Actio = Reactio")

Kräfte stammen aus Wechselwirkungen

Fundamentale Wechselwirkungen



Newtonshes Gravitationsgesetz

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \vec{e}_r$$

Coulombgesetz

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \vec{e}_r$$

Hooksches Gesetz

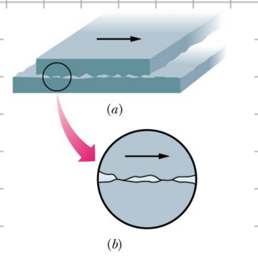
$$\vec{F} = -k \Delta \vec{x}$$

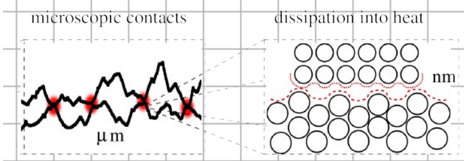
Haftreibung

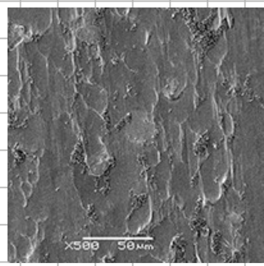
$$F \leq \mu_H F_N$$

Gleitreibung

$$F = \mu_{Gl} F_N$$







Normalkraft

Die Normalkraft ist bildlich gesprochen die Kraft, mit der ein Körper auf seine Unterlage drückt. Die Normalkraft steht stets senkrecht auf dieser Unterlage – daher der Name.

Physical origin

Normal force is directly a result of Pauli exclusion principle and not a true force per se: it is a result of the interactions of the electrons at the surfaces of the objects. The atoms in the two surfaces cannot penetrate one another without a large investment of energy because there is no low energy state for which the electron wavefunctions from the two surfaces overlap; thus no microscopic force is needed to prevent this penetration.[3] However these interactions are often modeled as van der Waals force, a force that grows very large very quickly as distance becomes smaller.[4]

On the more macroscopic level, such surfaces can be treated as a single object, and two bodies do not penetrate each other due to the stability of matter, which is again a consequence of Pauli exclusion principle, but also of the fundamental forces of nature: cracks in the bodies do not widen due to electromagnetic forces that create the chemical bonds between the atoms; the atoms themselves do not disintegrate because of the electromagnetic forces between the electrons and the nuclei; and the nuclei do not disintegrate due to the nuclear forces.[3]

Reibung laminare Strömung Kugel

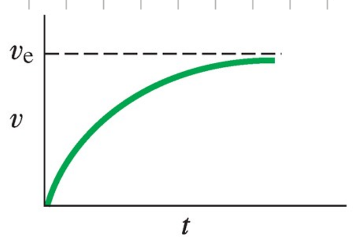
$$F = 6\pi \cdot \mu \cdot r \cdot v$$

μ: Viskosität Fluid, r: Radius Kugel, v: relative Geschw.

$$v = v_e \left(1 - e^{-\gamma t}\right)$$

$$\gamma : \frac{6\pi \cdot \mu \cdot r}{m}$$

$$v_e = \frac{g}{\gamma} = \frac{mg}{6\pi\mu r}$$



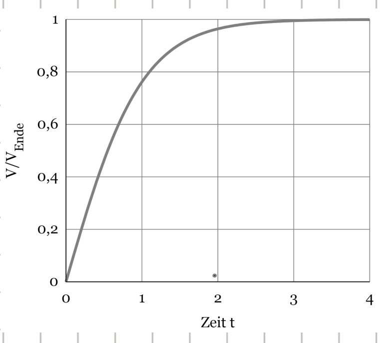
Reibung turbulente Strömung

$$F = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_w \cdot A \cdot v^2$$

ρ: Dichte Fluid, C_w: Strömungswiderstandskoeff.,
A: Querschnittsfläche orth. zur Strömung, v: relative Geschw.

↳ optimalste Form

$$v_e = \sqrt{\frac{2mg}{C_w A \rho}}$$



Federschwingungen

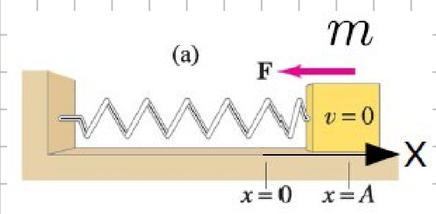
$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$-kx = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} x(t) &= x_0 \cos(\omega t + \phi_0) \\ \dot{x}(t) &= -\omega x_0 \sin(\omega t + \phi_0) \\ \ddot{x}(t) &= -\omega^2 x_0 \cos(\omega t + \phi_0) \end{aligned}}$$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

x_0, ϕ_0 Integrationskonstanten ($\rightarrow$ Anfangsbedingungen)



x_0: Amplitude

T : Periode

$\omega = 2\pi f \qquad [\omega] = \frac{rad}{s}$

$f = \frac{\omega}{2\pi} \qquad [f] = \frac{1}{s}$

$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \qquad [T] = s$

Fadenpendel (math. Pendel)

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

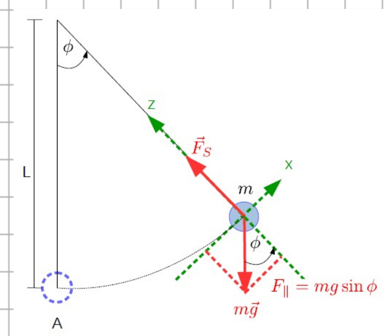
$$-mg\sin\phi = m\ddot{x}$$

kleine Winkel: $\sin\phi \approx \phi = \frac{x}{L}$:

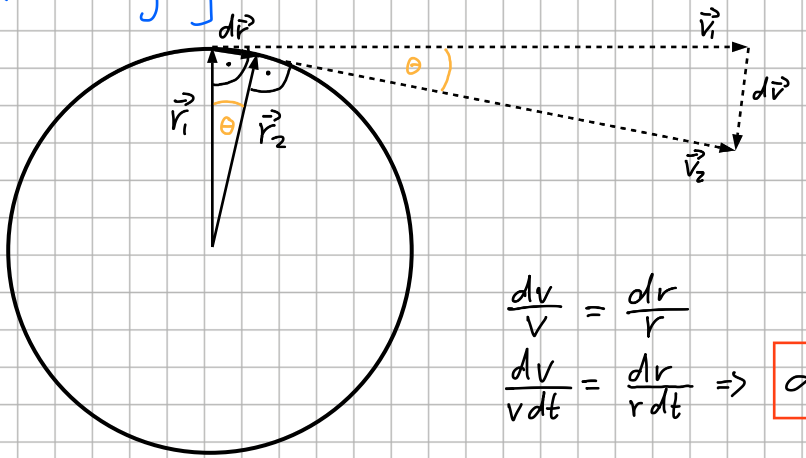
$$-mg\frac{x}{L} = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{g}{L}x = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} x(t) &= x_0 \cos(\omega t + \phi_0) \\ \dot{x}(t) &= -\omega x_0 \sin(\omega t + \phi_0) \\ \ddot{x}(t) &= -\omega^2 x_0 \cos(\omega t + \phi_0) \end{aligned}}$$

$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$



Kreisbewegung



$r = |\vec{r}_1| = |\vec{r}_2|$

$v = |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$

$dr = |d\vec{r}|$

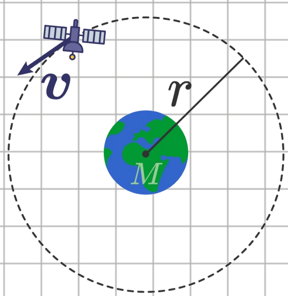
$dv = |d\vec{v}|$

$$\frac{dv}{v} = \frac{dr}{r}$$

$$\frac{dv}{v\,dt} = \frac{dr}{r\,dt} \Rightarrow \boxed{a = \frac{v^2}{r}}$$

Satellit

$$G\frac{mM}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$



Energie

Arbeit

$W = \int_{x_i}^{x_f} \vec{F}(x) \cdot d\vec{x}$, falls $\vec{F}$ konstant : $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F d \cos\theta$

kinetische Energie

$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$, $W = \Delta E_{kin}$

konservative Kraft

verrichtete Arbeit nur von x_i und x_f abhängig, vom Weg unabhängig

→ Feder-, Gravitation-, Coulomb-Kraft sind konservativ

→ nicht konservativ: Reibung, Luftwiderstand

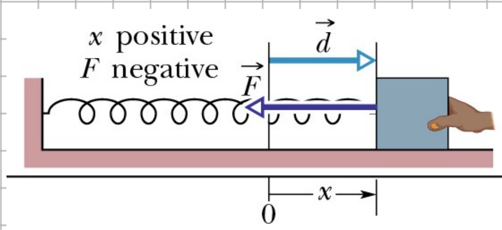
potentielle Energie

$\Delta E_{pot} = -W$

Federkraft

$W_{x_1 \to x_2} = \int_{x_1}^{x_2} -kx\,dx = \frac{1}{2} k x_1^2 - \frac{1}{2} k x_2^2$

$\Delta E_{pot\, x_1 \to x_2} = -W_{x_1 \to x_2} = \frac{1}{2} k x_2^2 - \frac{1}{2} k x_1^2$



Kraft: **Gravitation:** **Coulomb:**

$$\vec{F}_{Gravitation} = -G \frac{m \cdot M}{r^2} \vec{e}_r$$

$$W_{1\to 2} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{s} = -G \cdot m \cdot M \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

$$\vec{F}_{Coulomb} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q \cdot Q}{r^2} \vec{e}_r$$

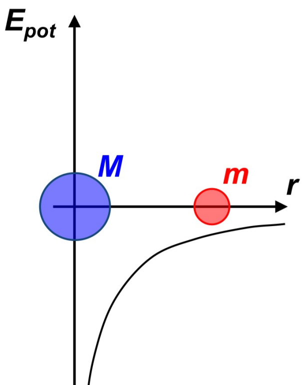
$$W_{1\to 2} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot q \cdot Q \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

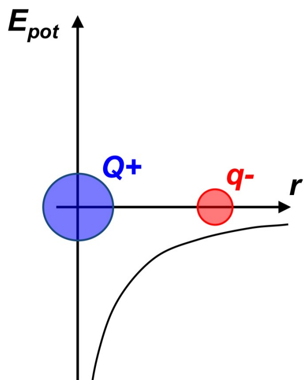
$$\Delta E_{pot}(r_1 \to r_2) = -W_{r1 \to r2} \quad \text{und} \quad E_{pot}(r = \infty) = 0$$

Potenzielle Energie:

$$E_{pot}(r) = -G \frac{m \cdot M}{r}$$

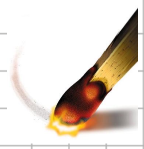
$$E_{pot}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q \cdot Q}{r}$$





Reibung

$$|F|\,d = \Delta E_{therm}$$



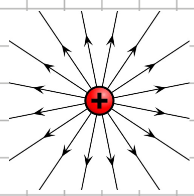
Arbeit und Energie

$$W_{ext} = \Delta E = \Delta E_{kin} + \Delta E_{pot} + \Delta E_{therm} + \Delta E_{chem} + \Delta E_{andere}$$

el. Feld

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

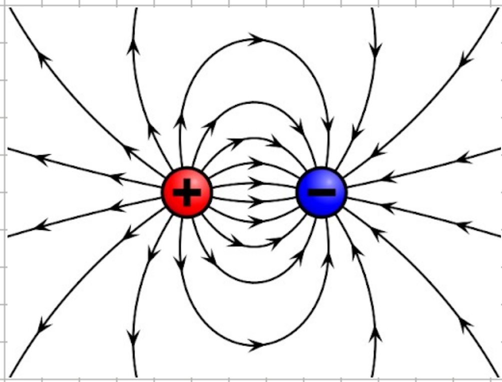
Punktladung:



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{e}_r$$

Superpositionsprinzip

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i(\vec{r})$$



Feldlinien

- zeigen in Richtung d. E-Feldvektoren
- Dichte d. Feldlinien $\propto$ Betrag d. E-Feldes
- beginnen und enden immer in Ladungen
- von ⊕ zu ⊖
- kreuzen sich nicht

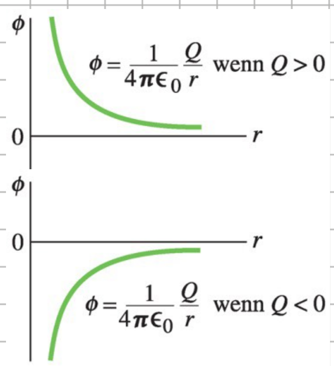
el. Potenzial

$$\varphi = \frac{E_{pot}}{q} \qquad [\varphi] = V = \frac{J}{C}$$

$$\varphi(\vec{r}) = -\int_{BZ}^{\vec{r}} \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

Punktladung:



$$\varphi(\vec{r}') = -\int_{\infty}^{\vec{r}'} \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_{\infty}^{\vec{r}'} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{e}_r\cdot d\vec{r} = \int_{\infty}^{r'} -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\infty}^{r'} -\frac{1}{r^2}dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r'}.$$

el. Spannung

$$U = -\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

Punktladung Formeln

	Systemgrösse		Zugeh.Quellengrösse	
Elektrostatik	Kraft $\vec{F} = q\vec{E}$	$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r^2}\vec{e}_r$	Elektrisches Feld, Kugel	$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{e}_r$
	Potenzielle Energie $V = q\varphi$	$V(\vec{r}') = -\int_{BZ}^{\vec{r}'} q\vec{E}\cdot d\vec{r}$	Potenzial, allgemein	$\varphi(\vec{r}') = -\int_{BZ}^{\vec{r}'} \vec{E}\cdot d\vec{r}$
	Potenzielle Energie 2 Kugelladungen	$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r}$	Potenzial, Kugel	$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$

Leistung

$$P = \frac{dW}{dt} \quad \text{bzw.} \quad P = \frac{dE}{dt} \qquad [P] = W = \frac{J}{s}$$

Rate der E-Übertragung bzw. der Arbeitsverrichtung

falls $F = \text{const}$

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{F} \cdot \vec{x}) = \vec{F} \cdot \frac{d}{dt}\vec{x} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{Ziel}}{P_{Eingang}}$$

Impuls

Teilchensystem

$$\vec{F}_i = \vec{F}_{ai} + \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ji} \qquad (\vec{F}_{ji} = -\vec{F}_{ij})$$

$$\sum \vec{F}_i = \sum \vec{F}_{ai} = \vec{F}_a \qquad (\vec{F}_i = m_i \ddot{\vec{r}}_i)$$

$$\vec{F}_a = \sum \vec{F}_{ai} = \sum m_i \ddot{\vec{r}}_i$$

$$\vec{F}_a = M \ddot{\vec{R}}$$

$$\Rightarrow \ddot{\vec{R}} = \frac{1}{M} \sum m_i \ddot{\vec{r}}_i$$

$$\Rightarrow \vec{R} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r}_i$$ Massenmittelpunkt

Schwerpunktsatz

Massenmittelpunkt eines Systems aus vielen Teilchen bewegt sich so, als ob gesamte träge Masse $M = \sum m_i$ des Systems in ihm befinden würde und Summe aller äussern Kräfte in ihm angreifen würde

Impuls

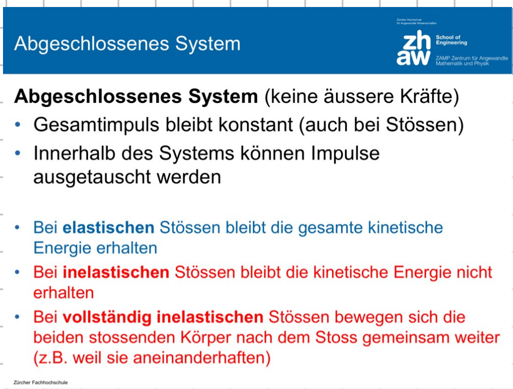
$$\vec{p} = m\vec{v}$$

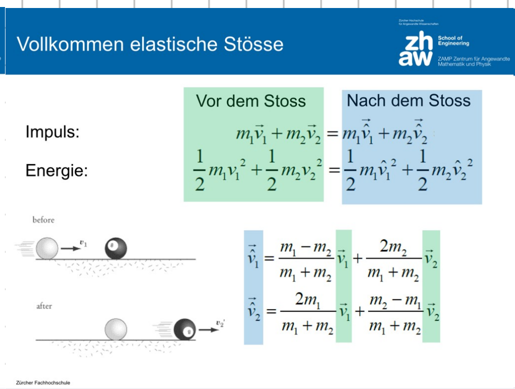
$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

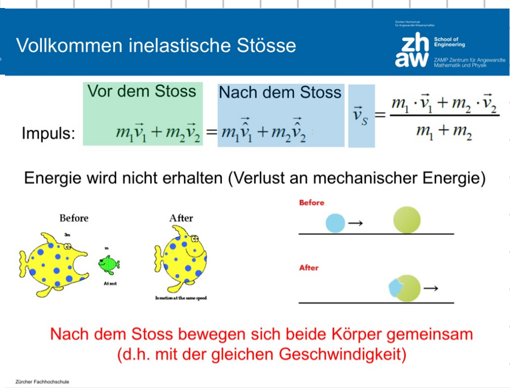
Impulserhaltungsatz

Wenn die resultierende Kraft auf ein System null ist, bleibt der Gesamtimpuls des Systems erhalten.

Stösse





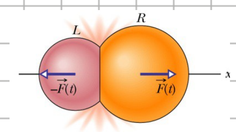


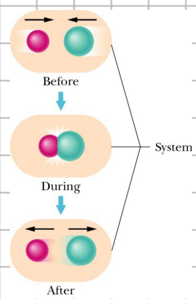
Kraftstoss

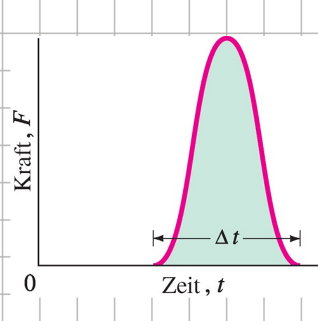
$$F = \frac{dp}{dt}$$

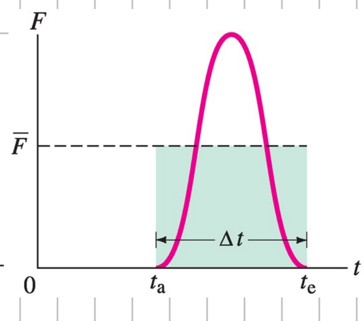
$$dp = F\,dt$$

$$\Delta p = \int F(t)\,dt = \bar{F}\Delta t$$







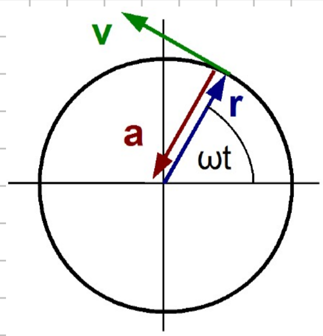


Rotation

$$s = \theta \cdot R \qquad \omega = \dot{\theta}$$
$$v = \omega \cdot R \qquad \alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$$
$$a = \alpha \cdot R$$

$$V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi r^3$$
$$A_{Kugel} = 4\pi r^2$$

Kreisbewegung ($\omega = const.$)



$\omega = const. \Rightarrow \theta(t) = \omega \cdot t$, $\quad \omega = \frac{2\pi}{T}$

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} r\cos(\omega t) \\ r\sin(\omega t) \end{pmatrix} \qquad r = |\vec{r}(t)| = r$$

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} -r\omega\sin(\omega t) \\ r\omega\cos(\omega t) \end{pmatrix} \qquad v = |\vec{v}(t)| = r\omega$$

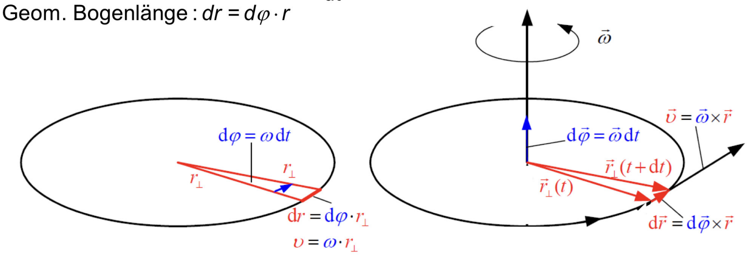
$$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} -r\omega^2\cos(\omega t) \\ -r\omega^2\sin(\omega t) \end{pmatrix} \qquad a = |\vec{a}(t)| = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$$

Kinematik

Skalare Angabe

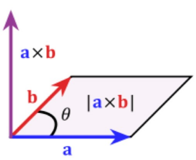
Vektorangabe
Bahn- und Winkel-Grössen

Def. Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
Geom. Bogenlänge : $dr = d\varphi \cdot r$



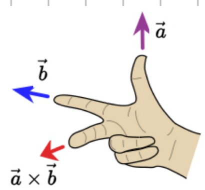
$$\boxed{v = \omega \cdot r} \qquad \boxed{\vec{\upsilon} = \vec{\omega} \times \vec{r}}$$

$$\vec{\omega} = \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{|\vec{r}|^2}$$

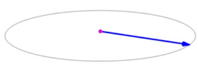


$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\,\sin\theta$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = (|\vec{a}|\,|\vec{b}|\,\sin\theta)\,\vec{n}$$



$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix}$$



Translationsbewegung
mit $\vec{a} = \overrightarrow{konst.}$

$$\vec{v}(t) = \vec{v_o} + \vec{a}t$$
$$\vec{r}(t) = \vec{r_o} + \vec{v_o}t + \tfrac{1}{2}\vec{a}t^2$$

Entlang x-Achse:

$$v_x(t) = v_{xo} + a_x t$$
$$x(t) = x_o + v_{xo}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2$$
$$v_x(x) = \sqrt{v_{xo}^2 + 2a_x\,(x - x_o)}$$

Drehbewegung
mit $\vec{\alpha} = \overrightarrow{konst.}$

$$\vec{\omega}(t) = \vec{\omega_o} + \vec{\alpha}t$$
$$\vec{\theta}(t) = \vec{\theta_o} + \vec{\omega_o}t + \tfrac{1}{2}\vec{\alpha}t^2$$

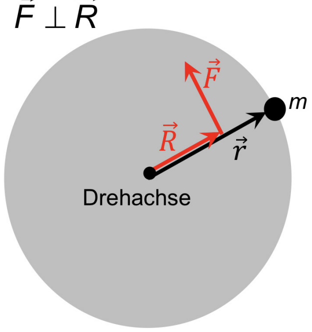
Um x-Achse:

$$\omega_x(t) = \omega_{xo} + \alpha_x t$$
$$\theta_x(t) = \theta_o + \omega_{xo}t + \tfrac{1}{2}\alpha_x t^2$$

Dynamik

Die Bahnbewegung des MMPs wird durch die Kraft bestimmt
=> Welche Grösse „steuert" Drehbewegung?

$\vec{F} \perp \vec{R}$



Die verrichtete Arbeit beträgt: $W = F_{\perp} \cdot s$

$= F_{\perp} R \cdot \varphi$

Arbeit => kinetische Energie:

$$F_{\perp} R \cdot \varphi = \frac{m}{2} \upsilon^2 = \frac{m}{2}(r\omega)^2$$

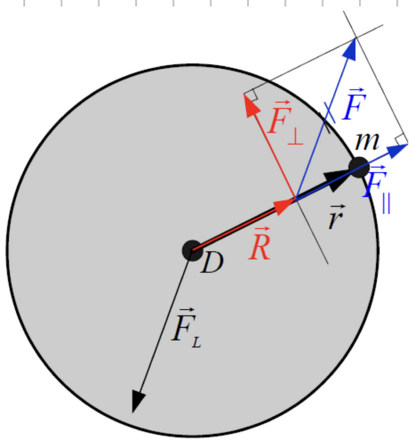
Ableitung nach der zeit:

$$F_{\perp} R \cdot \omega = mr^2 \omega \alpha$$

$$\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t = \omega \text{ und } \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t = \alpha$$

$$\Rightarrow \quad F_{\perp} R = mr^2 \alpha$$

Zürcher Fachhochschule



Falls $\vec{F}$ nicht $\perp$ zur $\vec{R}$

$\Rightarrow$ Kräftezerlegung in $\vec{F}_{\perp}$ und $\vec{F}_{\parallel}$

Nur $\vec{F}_{\perp}$ verrichtet Arbeit

$\Rightarrow$ Die Ursache für Rotation ist:

$$F_{\perp} \cdot R = F \cdot \sin\phi \cdot R = \left|\vec{R} \times \vec{F}\right|$$

$$\boxed{\vec{R} \times \vec{F} = \vec{M} \text{ = Drehmoment}}$$

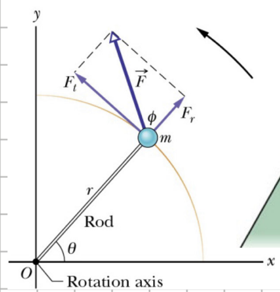
$$\boxed{\vec{M} = \vec{R} \times \vec{F} = mr^2 \cdot \vec{\alpha} = J \cdot \vec{\alpha}}$$

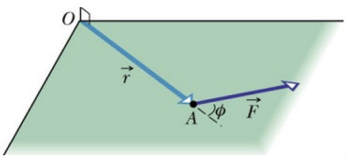
falls nur eine Punktmasse

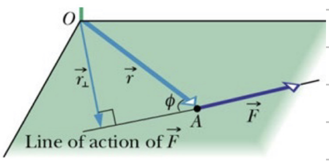
$\vec{M}$ Drehmoment, $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$,
J Trägheitsmoment des starren Körpers bezüglich der Drehachse,
$\vec{\alpha}$ Winkelbeschleunigung.

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \vec{F}_{\perp} = \vec{r}_{\perp} \times \vec{F}$$

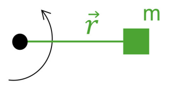
$$M = r \cdot F \cdot \sin\phi = r \cdot F_{\perp} = r_{\perp} \cdot F$$



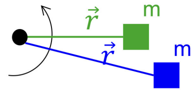




Übergang: Trägheitsmoment eines Massenpunktes zum Trägheitsmoment eines starren Körpers



$$\boxed{J_A = mr^2}$$

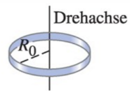
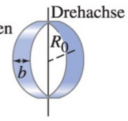
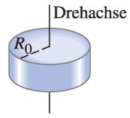
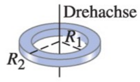
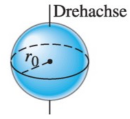
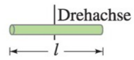
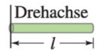
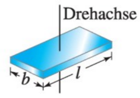


$$J_A = mr^2 + mr^2$$

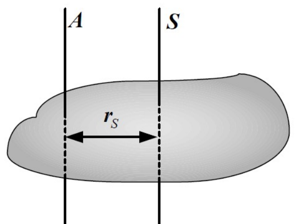
$$J_A = \sum mr^2 = \int r^2 dm$$

$$J_A = \iiint_V r^2 \rho \mathrm{d}V$$

Zürcher Fachhochschule

Körper	Ort der Drehachse		Trägheits-moment
Dünner Reifen mit Radius R_0	Durch den Mittelpunkt		MR_0^2
Dünner Reifen mit Radius R_0 und Breite b	Durch zentralen Durchmesser		$\frac{1}{2}MR_0^2 + \frac{1}{12}Mb^2$
Massiver Zylinder mit Radius R_0	Durch den Mittelpunkt		$\frac{1}{2}MR_0^2$
Hohlzylinder mit Innenradius R_1 und Außenradius R_2	Durch den Mittelpunkt		$\frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$
Homogene Kugel mit Radius r_0	Durch den Mittelpunkt		$\frac{2}{5}Mr_0^2$
Lange, homogene Stange mit l Länge	Durch den Mittelpunkt		$\frac{1}{12}Ml^2$
Lange, homogene Stange mit l Länge	Durch ein Ende		$\frac{1}{3}Ml^2$
Rechteckige dünne Platte mit Länge l und Breite b	Durch den Mittelpunkt		$\frac{1}{12}M(l^2 + b^2)$

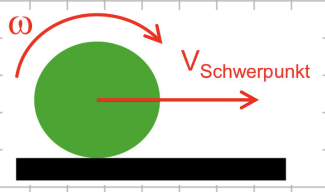
Satz von Steiner



$$J_A = mr_S^2 + J_S$$

J_S: Trägheitsmoment bezüglich einer Achse durch den Schwerpunkt
J_A: Trägheitsmoment bezüglich einer parallelen Achse mit Abstand r_S

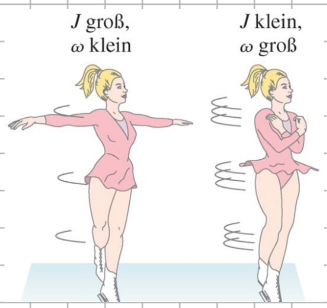
Rollbewegung



$v_{Berührungspunkt} = v_{Schwerpunkt} - \omega R = v_{Boden} = 0$

$\Rightarrow v_{Schwerpunkt} = \omega R$

Drehimpuls



$\boxed{\vec{L} = J\vec{\omega}}$

falls $\sum \vec{M} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = J\vec{\omega} = \vec{const}$

falls innere Kräfte $\Rightarrow J$ und $\vec{\omega}$ ändern sich

kinetische Energie

Massenpunkt: $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2$

starrer Körper: $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \sum \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum m r^2 = \boxed{\frac{1}{2} J \omega^2}$

Energieerhaltung: $\boxed{E_{ges} = E_{kin,\,Translation} + E_{kin,\,Rotation} + E_{pot} = constant}$

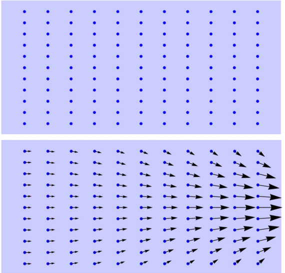
Zusammenfassung

Drehbewegung		Lineare Bewegung	
Drehwinkel	$\Delta\theta$	Verschiebung	Δx
Winkelgeschwindigkeit	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$	Geschwindigkeit	$v = \frac{dx}{dt}$
Winkelbeschleunigung	$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$	Beschleunigung	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$
Gleichungen für den Fall konstanter Winkelbeschleunigung	$\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\Delta\theta = \langle\omega\rangle \Delta t$ $\langle\omega\rangle = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)$ $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$	Gleichungen für den Fall konstanter Beschleunigung	$v = v_0 + a t$ $\Delta x = \langle v\rangle \Delta t$ $\langle v\rangle = \frac{1}{2}(v_0 + v)$ $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$
Drehmoment	M	Kraft	F
Trägheitsmoment	I	Masse	m
Arbeit	$dW = M\, d\theta$	Arbeit	$dW = F\, ds$
Kinetische Energie	$E_{kin} = \frac{1}{2} I \omega^2$	Kinetische Energie	$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$
Leistung	$P = M\omega$	Leistung	$P = F v$
Drehimpuls	$L = I\omega$	Impuls	$p = m v$
Zweites Newton'sches Axiom	$M_{ext} = I\alpha = \frac{dL}{dt}$	Zweites Newton'sches Axiom	$F_{ext} = m a = \frac{dp}{dt}$

Fluiddynamik

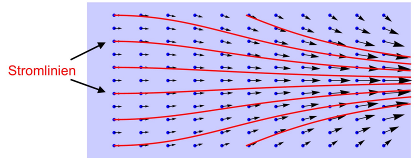
Strömungen

Fluid besteht aus sehr vielen Massenpunkten



Jeder Massepunkt mit Koordinate $\vec{x}(t)$ hat zu jedem Zeitpunkt eine Geschwindigkeit $\vec{v}(\vec{x},t)$ (Vektorfeld)

Stationäre Strömungen



Stromlinien sind tangential zur lokalen Geschwindigkeit
Hohe Stromliniendichte → hohe Geschwindigkeit

Stationäre Strömung: Strömungen, in denen die Geschwindigkeiten nicht von der Zeit abhängen
=> Bei stationären Strömungen $\vec{v}(\vec{x},t) = \vec{v}(\vec{x})$

Annahme: Ideal Fluide

- **Inkompressible Fluide => Dichte = konstant**
  Gase unter Normalbedingungen (ca. 25°C=298K und 1bar=10^5 Pa) bis zu etwa einem Drittel der Schallgeschwindigkeit können auch als inkompressibel betrachtet werden.
- **Ideale Fluide => Keine innere Reibung** zwischen den Flüssigkeitsteilchen.

Strömung

Volumenstromstärke I_v : fliessendes **Volumen** durch einen Querschnitt pro Zeit, **I_v = dV / dt** => m³ pro Sekunde

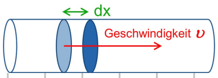
Massenstromstärke I_m : fliessende **Masse** durch einen Querschnitt pro Zeit, **I_m = dm / dt** => kg pro Sekunde

Massenstromdichte j_m : Massenstrom pro Fläche = fliessende Masse durch einen Querschnitt pro Zeit pro Fläche,
=> kg pro Sekunde pro m² (=> kg/(s·m²))

j_m = dm / (dt · dA) = ρ·dV / (dt · dA) = ρ· υ·dt·dA / (dt·dA) = ρ· υ

dV Volumen die durch den Querschnitt dA innerhalb die Zeit dt fliesst: dV = dx·dA = υ·dt·dA

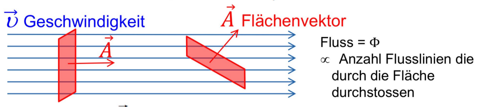
$$\boxed{V = \frac{dm}{dt \cdot dA \cdot \rho}}$$



Strömung

Fluss: Allgemein: Skalarprodukt einer Grösse mit einer Fläche

z.B Geschwindigkeitsfluss: $\phi = \vec{\upsilon} \cdot \vec{A}$



$\phi = \vec{\upsilon} \cdot \vec{A} = \upsilon \cdot A \cdot \cos(\theta) = \upsilon \cdot A_{\perp}$

Volumenstrom (in l/s): fliessendes Volumen (dV) durch einen Querschnitt $\vec{A}$ während der Zeit dt:

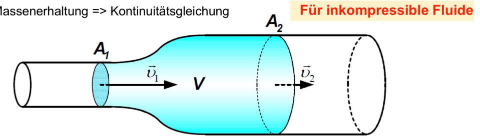
I_v = dV / dt = υ·dt·A / dt = $\vec{\upsilon} \cdot \vec{A} = \phi$ = Geschwindigkeitsfluss

↑
dV = υ·dt·A

Kontinuitätsgleichung

Massenerhaltung => Kontinuitätsgleichung

Für inkompressible Fluide



$$dV_1 = dV_2$$

$$\upsilon_1 A_1 dt = \upsilon_2 A_2 dt$$

Kontinuitätsgleichung für stationäre Strömungen (inkompressible Fluide):
Die Geschwindigkeit längs einer stationären Strömung ist umgekehrt proportional zum Rohrquerschnitt

$$\upsilon_1 A_1 = \upsilon_2 A_2 \qquad \frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

Zürcher Fachhochschule

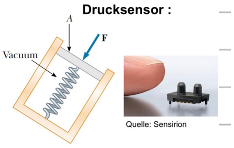
Druckgrössen

$$p = \frac{F}{A}$$

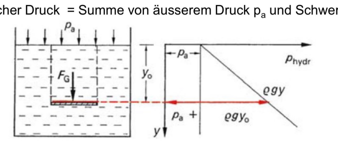
$$[p] = Pa = \frac{N}{m^2} \left(= \frac{J}{m^3}\ Energiedichte \right)$$

$$\boxed{1bar = 10^5\ Pa}$$

Drucksensor :



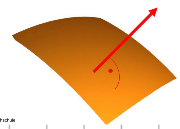
Hydrostatischer Druck = Summe von äusserem Druck p_a und Schweredruck

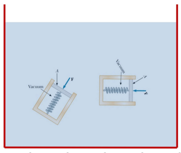


Zürcher Fachhochschule

Pascal'sches Prinzip

- Druck breitet sich allseits aus und ist *isotrop.*
- Ruht das Fluid, ist der Druck bei einer bestimmter Höhe überall gleich.
- Druck erzeugt auf Begrenzungsflächen eine Kraft $\vec{F}$, die immer senkrecht auf jedem Flächenelement steht:





Zürcher Fachhochschule

Archimedisches Prinzip

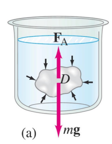
Die Auftriebskraft, die ein Körper, der in ein Fluid eingetaucht ist, erfährt, ist gleich der Gewichtskraft des durch diesen Körper verdrängten Fluids.

Auftriebskraft $\boxed{F_A = \rho_{\text{Fluid}} V_{\text{verd}}\, g = g m_{\text{verd}}}$

ρ_{Fluid} Dichte der Flüssigkeit oder des Gases

V_{verd} Volumen des verdrängten Fluids

m_{verd} Masse der verdrängten Flüssigkeit



Bernoullische Gleichung:

Für inkompressible, ideale Fluide (keine innere Reibung)

$$\boxed{p_1 + \frac{\rho}{2}\upsilon_1^2 + \rho \cdot g h_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}\upsilon_2^2 + \rho \cdot g h_2 = p_0 = const.}$$

p_1 statischer Druck,

$\frac{\rho}{2}\upsilon^2$ Staudruck oder dynamischer Druck,

$\rho \cdot gh$ pot. Energiedichte
(= - Schweredruck falls Oberfläche bei *z*=0)

Entlang einer Stromlinie ist die Summe aus statischem, dynamischem und Schweredruck konstant und gleich dem Gesamtdruck p_0.

Statischer Druck:
nichtdynamische Druck, der **nicht** durch die Last des Eigengewichtes des Fluids auf die darunter liegenden Schichten zustande kommt.

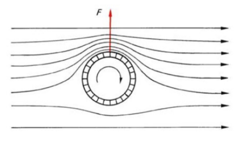
- Eingeschlossenes Gas (ρ sehr klein):
  statische Druck = Gasdruck durch thermische Bewegung der Gasteilchen.
- Flüssigkeit:
  statische Druck = äusserer Luftdruck
  (im gesamten Volumen, unabhängig von der Höhe)

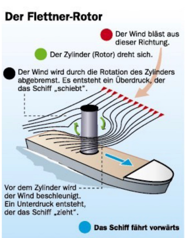
Schweredruck:
Druck des Eigengewichtes einer Fluidsäule auf die darunter gelegene Fluidschicht.
Schweredruck = ρ·gh
(in 10 m Wassertiefe => 1 bar (10^5 Pa))
= Dichte der potenziellen Energie
dE_{pot} / dV = d(mgh) / dV = dm/dv·mg = ρ·gh

Dynamischer Druck (Staudruck):
= ½ ρ·υ² repräsentiert die kinetische Energiedichte.

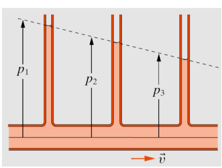
Anwendung der Bernoullischen Gl.

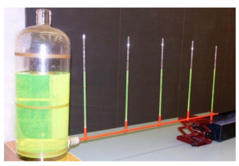
MAGNUS-EFFEKT:





Reale Flüssigkeiten und Gase





Druckabfall beim Strömen => innere Reibung.

Reale Flüssigkeiten und Gase

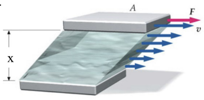
Mit innerer Reibung

- Reibung => Kräfte zwischen den Flüssigkeitsteilchen
  => Stösse zwischen Moleküle
  => Teil der E_{kin} des Fluids wird in Energie der ungeordneten Teilchenbewegung umgewandelt.
- Um die Strömung aufrecht zu erhalten => muss an ihr ständig Arbeit verrichtet werden.
- Strömungseigenschaften von viskosen (d.h. Reibungsbehaftet) Fluiden hängen von Strömungsgeschwindigkeit ab.
- Kleine Geschwindigkeit
  => Stromlinien parallel zu Wänden
  => laminare Strömungen (die „Schichtung" bleibt erhalten).
- Grössere Geschwindigkeit
  => Turbulenzen (keine „Schichtung" mehr)

Reibungsgesetz: laminare Strömung

Zugkraft F um eine ebene Platte parallel zur Fluidoberfläche mit Geschwindigkeit υ zu bewegen:

$$F \sim A\frac{\upsilon}{x}$$

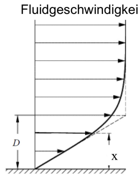


Kraft um Geschwindigkeitsunterschied zwischen Fluidschichten aufrecht zu halten:

η : dynamische Viskosität $\quad F = \eta A \frac{d\upsilon}{dx}$

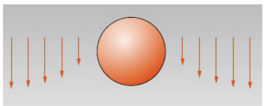
In einer Entfernung D von der Oberfläche, wird die Fluide fast nicht mehr gebremst. Diese Grenzschichtdicke D heisst die Prandtl'sche Grenzschicht:

$$D = \sqrt{\frac{2\eta l}{\rho\upsilon}}$$



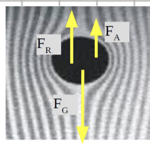
Stokes'sches Reibungsgesetz

Stokes'sches Reibungsgesetz
=> Kraft auf laminar umströmte Kugel: $F_R = -6\pi\eta r\upsilon$



Geschwindigkeitsprofil um eine Kugel, die von einer viskosen Flüssigkeit laminar umströmt wird.

Um die dynamische Viskosität einer Flüssigkeit zu bestimmen, lässt man Kugeln in dieser Flüssigkeit sinken. Für die laminare Umströmung einer Kugel gilt das Stokes'sche Gesetz



Auf die Kugel wirken drei Kräfte: das Gewicht nach unten, der Auftrieb und die Reibungskraft, nach oben:

$$\vec{F}_{Res} = \vec{F}_G + \vec{F}_A + \vec{F}_R = \frac{4\pi}{3} r^3 g(\rho_{Stahl} - \rho_{Oel}) - 6\pi\eta r v$$

Die Kugel führt zunächst eine beschleunigte Bewegung aus, dann fällt sie mit konstanter Geschwindigkeit :

$$0 = \frac{4\pi}{3} r^3 g(\rho_{Stahl} - \rho_{Oel}) - 6\pi\eta r v \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{4\pi/3\, r^3 g(\rho_{Stahl} - \rho_{Oel})}{6\pi r}\frac{1}{v}$$

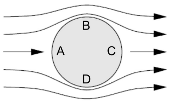
Umströmen von Körpern, reibungsfrei

Punkt A: Strömung direkt auf die Kugel => Strömungsgeschwindigkeit=0
=> statische Druck maximal.
Punkt C: Strömungsgeschwindigkeit=0 (ohne Reibung !)

Punkten B und D: Geschwindigkeit maximal => statische Druck minimal.

Druckdifferenz: Flüssigkeitsteilchen von A nach B (bzw. D) beschleunigt
Zunehmende Druckkraft: von B (bzw. D) auf C Teilchen abgebremst,

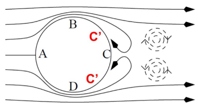
=> Geschwindigkeit im Punkt C wieder Null

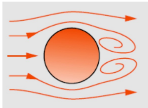


Umströmen von Körpern, mit Reibung

Mit Reibungskräften wird ein Teil der Ekin wird durch Reibung verloren
=> Flüssigkeitsteilchen kommen am Punkt C' (vor Punktes C) zur Ruhe

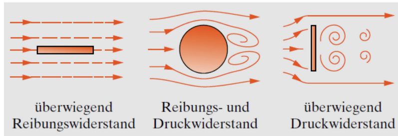
⇒ Unterdruck am Punkt C
⇒ Teilchen werden auf den Körper zurückgezogen
⇒ Wirbelbildung,





Druckwiderstandskraft:
Bei Hohen Strömungsgeschwindigkeiten
=>Ablösung der Grenzschicht an der Rückseite
=>Wirbelbildung mit hohen Strömungsgeschwindigkeiten
=>Statische Druck hinter dem Körper herabgesetzt (Bernoulli).
=>Druckdifferenz zwischen Vorder- und Rückseite

$$F_D \sim \frac{\rho}{2}\upsilon^2 \cdot A$$



Die gesamte Widerstandskraft ergibt sich als Summe aus Reibungskraft und Druckwiderstandskraft:

Strömungswiderstand:
Strömungswiderstand = Druckwiderstand und Reibungskraft

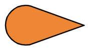
$$F_W = c_W \frac{\rho}{2}\upsilon^2 \cdot A$$

F_W	Strömungswiderstand,
c_W	Widerstandsbeiwert,
ρ	Dichte des Fluids,
υ	Strömungsgeschwindigkeit,
A	Querschnittsfläche des Hindernisses.

Stromlinienprofil	0,06
Tragfläche mit gewölbter Unterseite	0,1
Tragfläche mit gerader Unterseite	0,2
Kugel	0,4
Halbkugel	0,8
Scheibe	1,2

drag coefficient

Optimalste Form: Tropfen



$c_W = 0.04$

$c_W = 0.5$

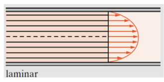
$c_W = 0.325$

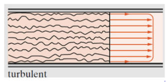
$c_W = 0.075$

Reynold'sche Zahl

Umschlag in Turbulenz: Wenn die Strömung die kritische Reynold Zahl $Re = \frac{\rho l \upsilon}{\eta}$ überschreitet:

laminare Strömung => turbulente Strömung
(mit stark erhöhtem Widerstand)



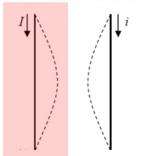


Für eine Kugel l = 2r (Durchmesser): Strömung laminar wenn Re << 100
Für ein Rohr l = 2r (Durchmesser): Strömung laminar für Re < 2000

Magnetfeld

Kraft zwischen stromführenden Leiter

Stromführende Leiter



$$\boxed{F = \mu_0 \frac{I \cdot i}{2\pi r} l} = B \; i \cdot l$$

$$\boxed{B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}}$$

B magnetische Flussdichte,
μ_0 magnetische Feldkonstante
I Strom durch den Leiter,
r Abstand vom Leiter.

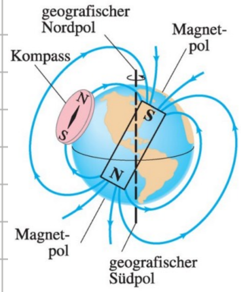
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am
$= 1{,}257 \cdot 10^{-6}$ Vs/Am

Elektrostatik:

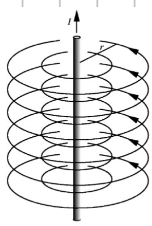
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \vec{e}_r$$

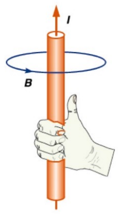
$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Zürcher Fachhochschule



Struktur Magnetfeld am stromführenden Leiter





Ursache von Magnetfeldern sind elektrische Ströme.

Magnetfeldlinien sind geschlossene Linien, welche die Ströme einschliessen.

Die magnetische Flussdichte B (alte Bez.: magnetische Induktion) ist unser Mass für die Stärke des magnetischen Feldes.

SI-Einheit. Die SI-Einheit der magnetischen Flussdichte ist Tesla (T)

$$[B] = [\mu_0] \cdot \frac{[I]}{[r]} = \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \frac{\text{A}}{\text{m}} = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = \text{T}.$$

Ampèresches Gesetz

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{ds} = \mu_0 I_{encl}$$

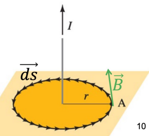
I_{encl}: Netto Strom durch eine von S begrenzte Fläche
μ_0: Magnetische Feldkonstante
$\mu_0 = 4\,\pi \cdot 10^{-7}$ T m / A

Das Integral der magnetischen Flussdichte längs eines geschlossenen Weges ist (bis auf eine Proportionalitätskonstante μ_0) gleich dem vom Weg umschlossenen Gesamtstrom I_{encl}

Magnetfeld eines geraden Leiters:

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \vec{B} \cdot \oint \vec{ds} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot 2\pi r$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



10

Zürcher Fachhochschule

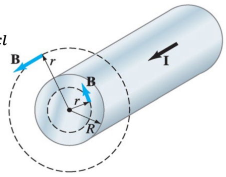
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S = \mu_0 I_{encl}$$

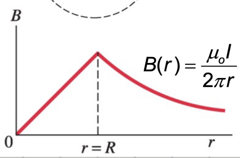
Für $r < R$:

$$I_{encl} = j \cdot A(r) = I \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

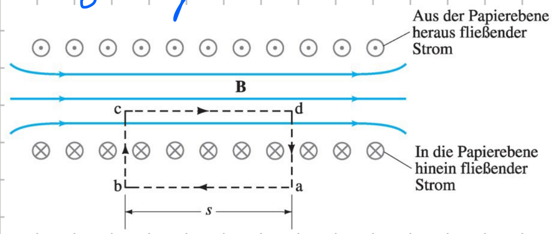
$$B \cdot S = 2\pi r B = \mu_o I \left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow B(r) = \left(\frac{\mu_o I}{2\pi R^2}\right) \cdot r$$





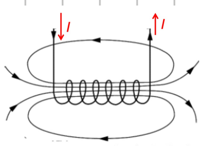
Lange Spule

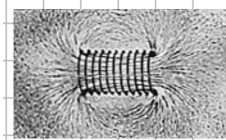


$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int_{ab} \vec{B} \cdot \vec{ds} + \int_{bc} \vec{B} \cdot \vec{ds} + \int_{cd} \vec{B} \cdot \vec{ds} + \int_{da} \vec{B} \cdot \vec{ds}$$

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int_{cd} \vec{B} \cdot \vec{ds} = Bs = \mu_0 NI \qquad \boxed{\Rightarrow B = \mu_0 NI/s}$$

Das Magnetfeld einer geraden Spule ist im Inneren der Spule praktisch homogen

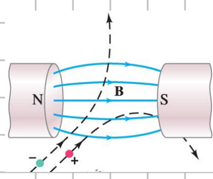


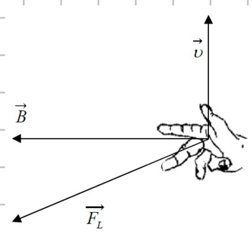


Lorentz-Kraft: Ladung

$$\vec{F_L} = q(\vec{v} \times \vec{B}),$$
$$F_L = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$$

$\vec{F_L}$ Lorentzkraft,
q bewegte Ladung,
$\vec{v}$ Geschwindigkeit der Ladung,
$\vec{B}$ magnetische Flussdichte,
α Winkel zwischen $\vec{v}$ und $\vec{B}$.

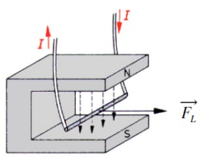




Lorentz-Kraft: Strom

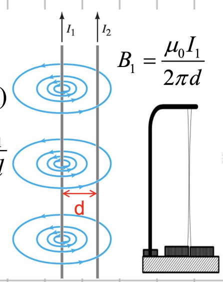
$\vec{F_L} = I(\vec{l} \times \vec{B})$,
$F_L = I \cdot l \cdot B \cdot \sin\alpha$,

$\vec{F_L}$ Lorentzkraft,
I Strom durch den Leiter,
$\vec{l}$ Vektor in Stromrichtung mit dem Betrag l,
$\vec{B}$ magnetische Flussdichte,
α Winkel zwischen $\vec{l}$ und $\vec{B}$.



$$\vec{F_2} = I_2 \cdot \vec{l} \times \vec{B_1}$$
$$F_2 = I_2 \cdot l \cdot B_1 \cdot \sin(90°)$$
$$= I_2\, l\, B_1 = I_2\, l\, \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$
$$\Rightarrow \frac{F_2}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d}$$

Zürcher Fachhochschule



$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

Thermodynamik

Die Thermodynamik beschreibt die Energieumwandlung in makroskopischen Systemen und ihre thermischen Eigenschaften.

Mechanik:
Energie (Zustandsgrösse) wird durch mechanische Arbeit (Prozessgrösse) geändert

Thermodynamik:
Innere Energie/Wärmeinhalt (neue Energieform) und Wärme (neue Prozessgrösse)

Historisch:
zuerst phänomenologisch => die klassische Thermodynamik beschreibt empirisch die Zusammenhänge zwischen makroskopisch messbare Grössen: z.B. Druck p, Volumen V, und Temperatur T

Später: statistische Thermodynamik => basiert auf der ungeordneten Bewegung der mikroskopischen Teilchen um die makroskopischen Zustandsvariablen herzuleiten

Definitionen

Falls : - weder Stoff noch Energie durch diese Systemgrenzen fliessen
- man lang genug wartet

=> Dann befindet sich das System im **thermischen Gleichgewicht**.

Messgrössen, die nicht von dem Weg auf welchem das System dahin gelangte, abhängt sind **Zustandsgrössen**. (z.B. p, V und T sind Zustandgrösse)
Zustandsgrösse hängen nur vom momentanen Zustand des Systems ab

Ein System welches keinen Stoff mit der Umgebung austauschen kann, nennen wir ein **abgeschlossenes** System.
Wird weder Stoff noch Wärme ausgetauscht, ist das System abgeschlossen und **wärmeisoliert**.

Temperatur

Volumen und **Druck** bereits bekannt.
Temperatur ist definiert durch:

Nullter Hauptsatz der Thermodynamik:
Für jedes thermodynamische System im Gleichgewicht existiert eine Zustandsgrösse Temperatur. Die Temperatur ist diejenige Zustandsgrösse, die in zwei Teilsystemen den gleichen Wert hat, wenn sich beide im thermischen Gleichgewicht befinden.

=> Die Temperatur ist eine «Kennzeichnung», die angibt, ob bei Wärmekontakt Wärme abgegeben oder aufgenommen wird.

Temperaturmessung / -skalen

Ein Referenzkörper (**Thermometer**) wird in Wärmekontakt mit dem System gebracht.
=>Thermometer im Gleichgewicht mit dem System
=>Eigenschaft des Thermometers messen (z.B. Volumen der Thermometersubstanz)

Celsius-Temperaturskala:
θ = 0°C : Eis im thermischen Gleichgewicht mit Wasser unter Normaldruck
θ = 100°C : siedendem Wasser (unter Normaldruck).

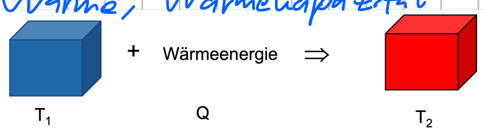
Abhängigkeit des Volumens und Länge mit der Temperatur θ :

$$V(\theta) = V_0 + \Delta V = V_0(1+\gamma(\theta-\theta_0)) \qquad l(\theta) = l_0 + \Delta l = l_0(1+\alpha(\theta-\theta_0))$$

ΔV Volumenänderung
V_o Anfangsvolumen bei $\theta = \theta_0$
Temperaturänderung $(\theta - \theta_0)$
γ Volumenausdehnungskoeffizient

Δl Längeänderung
l_o Anfangslänge bei $\theta = \theta_0$
Temperaturänderung $(\theta - \theta_0)$
α Längenausdehnungskoeffizient

Wärme, Wärmekapazität



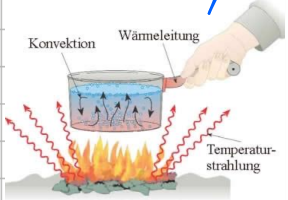
$Q = C\,(T_2 - T_1)$ mit C : Wärmekapazität (J/(kg K)

Bei konstanten Druck: Cp
Bei konstanten Volumen: Cv

Für Wasser Cp = 4180 J/ (kg K) bei 20°C und 1 bar
Aluminium Cp = 900 J/ (kg K) bei 20°C und 1 bar

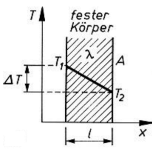
(Wärme (Q) ist die Energie, die infolge einer Temperaturdifferenz von einem Gegenstand auf einen anderen übergehen kann.)

Wärmetransport



Wärmeleitung

Links und rechts hat man unterschiedliche Temperaturen
⇒ Temperaturunterschied muss ausgleichen
⇒ Eine Wärmemenge Q muss durch die Wand fliessen.



$$Q = \lambda \frac{A t\, \Delta T}{d} \quad \Rightarrow \quad \frac{dQ}{dt} = \lambda \frac{A\, \Delta T}{d}$$

(Joule) (Watt)

Stoff	Wärmeleitfähigkeit λ in W/(m·K)
Kupfer	399
Mauerwerk	0.5 … 2
Schaumstoffplatten	0.02 … 0.1
Wasser	0.6
Luft	0.026

Konvektion

In strömende Fluide wird Energie nicht nur durch Wärmeleitung, sondern auch durch die makroskopische **Bewegung des Fluids** transportiert => Konvektion

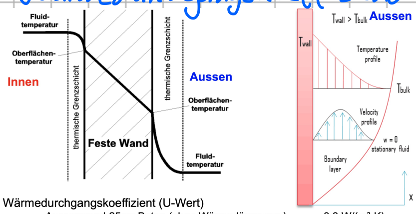
$$\frac{dQ}{dt} = A\, h_{cv}\, \Delta T$$

A Flächeninhalt
h_{cv} Wärmeübergangskoeffizient.
ΔT Temperaturunterschied Fluid-Oberfläche

a) freie Konvektion: Dichteunterschiede durch Erwärmung führen zu Strömungen
Luft horizontale warme Fläche: h_{cv} ~ 9 W/(m²·K)
vertikale warme Fläche: h_{cv} ~ 5 W/(m²·K)

b) erzwungenen Konvektion: Strömung wird erzwungen z.B durch Lüfter (CPU) oder Pumpen (Benzinmotoren)

Wärmedurchgangskoeffizient

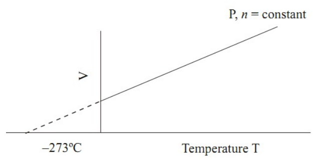


Wärmedurchgangskoeffizient (U-Wert)

Aussenwand 25cm Beton (ohne Wärmedämmung)	3.3 W/(m²·K)
Aussenwand 24cm Mauerziegeln (ohne Wärmedämmung)	1.5 W/(m²·K)
Aussenwand Mauerziegeln mit PU Wärmedämmung	0.3 W/(m²·K)
Doppelfenster	2.8 W/(m²·K)

ideales Gas

Wir nehmen eine **feste Menge von Gas** (eine feste Anzahl von Gasteilchen)
Wir kühlen dieses Gas bei **konstantem Druck** (Gasdruck = P_{atm})
Wir messen das Gasvolumen für verschiedene Temperatur (**V versus T**)



⇒ Volumen steigt linear mit Temperatur (bei konstantem p)
⇒ Falls wir die Gerade verlängern Volumen ist null bei -273.15 °C

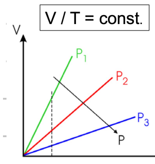
Neue Temperaturskala: T_{Kelvin} (K) = $T_{Celsuis}$ (°C) + 271.15

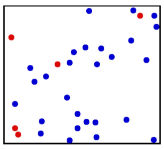
Ideales Gas: Modellgas wo Gas Moleküle bestehen aus volumenlosen harten Kugeln die untereinander und mit den Wänden des Gefässes vollkommen elastische Stösse ausführen.

GAY-LUSSAC:
Druck des Gases = const.
Temperatur und Volumen ändern sich:
=>isobare Zustandsänderung

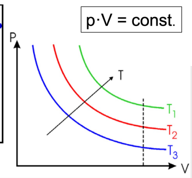
BOYLE und MARIOTTE:
Temperatur des Gases = const.
Druck und Volumen ändern sich:
=>isotherme Zustandsänderung

V / T = const.





p·V = const.



Definition:
1 mol = Stoffmenge wo 6.022 ·10²³ Teilchen enthalten sind
(1 mol = ca. 22.4 Liter Gaz bei 1 atm. und 0 °C)
(1 mol = 18g (18ml) Wasser)

Aus Experiment: (Für ideale Gase)
Bei gleichem Druck und gleicher Temperatur ist das Volumen Proportional zur Stoffmenge (unabhängig von Gasarten)

=> Gasvolumen = Konstante * Anzahl_Gasteilchen

Boyle-Mariotte	Gay-Lussac	Avogadro
$p \cdot V = \text{konst.}$	$V/T = \text{konst.}$	$V/n = \text{konst.}$
(konst. T, n)	(konst. p, n)	(konst. p, T)

Zustandsgleichung des idealen Gases:

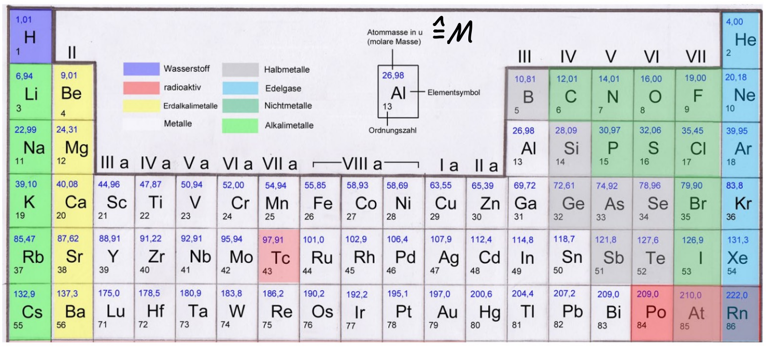
$$\boxed{p\,V = n\,R\,T}$$

p	Gasdruck (in pa)
V	Gasvolumen (in m³)
n	Stoffmenge des Gases (in mol)
R	molare Gaskonstante, R = 8,3144 J/(mol ·K)
T	absolute Temperatur (in Kelvin)

Avogadrosches Gesetz: Ein mol eines beliebigen Gases nimmt unter den Normalbedingungen $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa , und $T_0 = 273{,}15\,\text{K}$ das Volumen 22,414 dm³ ein.

Ganz allgemein gilt für zwei Zustände 1 und 2 eines abgeschlossenen idealen Gases:

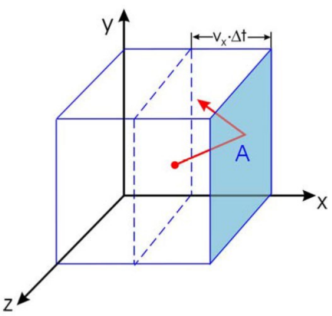
$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$



$$n = \frac{N}{N_A}$$

$$m = M \cdot n$$

Ein eines idealen Gases



Druck auf die Wand eines Gefässes: $P = \dfrac{F}{A}$

Kraftstoß der Gasteilchen auf die Wand: $\vec{F} = \dfrac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$

Impulserhaltung für 1 Gasteilchen:

Vorher: $+m \cdot v_x$ nur die x-Komponente von $\vec{v}$ wirkt: $(v_y \parallel A,\ v_z \parallel A)$

Nachher: $-m \cdot v_x$ (elastischer Stoß: reflektiert ohne Energieverlust)

Impulsänderung: $\Delta p_1 = 2m \cdot v_x$ Index 1 : nur 1 Gasteilchen

Volumendichte N/V Gesamtzahl N der Gasteilchen / Volumen.

N^* Anzahl der Gasteilchen, die A treffen innerhalb Δt ⇒ müssen innerhalb des Volumens $V^* = A \cdot v_x \cdot \Delta t$ liegen.

½ davon bewegt sich nach links ($-v_x$) und ½ nach rechts ($+v_x$).

$$N^* = \frac{1}{2} \cdot \frac{N}{V} \cdot V^* = \frac{1}{2} \cdot \frac{N}{V} \cdot A \cdot v_x \cdot \Delta t$$

Gesamtimpulsänderung = N^* · Einzelimpulsänderung Δp_1

$$\Delta p = \Delta p_1 \cdot N^* = \frac{1}{2} \cdot A \cdot v_x \cdot \Delta t \cdot \frac{N}{V} \cdot 2\,m \cdot v_x = \frac{N}{V} \cdot m \cdot v_x^2 \cdot A \cdot \Delta t$$

Kraftstoß: $F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{N}{V} \cdot m \cdot v_x^2 \cdot A$

Druck: $P = \dfrac{F}{A} = \dfrac{N}{V} \cdot m \cdot v_x^2$

Nur ein Teilchen:
Bisher alles entlang x, es gibt aber 3 Dim. (x, y, z) => $v^2 = 3\, v_x^2$

$$pV = \frac{1}{3} \cdot \mu \cdot \overline{\upsilon^2}$$

p Gasdruck,
V Gasvolumen, Volumen des Gasbehälters,
μ Masse eines einzelnen Gasteilchens,
υ mittlere Geschwindigkeit der Gasteilchen

Mehrere Gasteilchen => mittlere Geschwindigkeitsbetrag = $\overline{v^2}$

$$pV = \frac{1}{3} N \cdot \mu \cdot \overline{\upsilon^2} \qquad N \text{ Zahl der Gasmoleküle}$$

$$\left.\begin{aligned} pV &= \frac{1}{3} N \cdot \mu \cdot \overline{\upsilon^2} \\ pV &= n\,R\,T \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{1}{3} N \cdot \mu \cdot \overline{\upsilon^2} = n\,R\,T$$

Die mittlere E_{kin} eines Atoms in einem idealen Gas = ½ mv² $= \dfrac{\mu}{2} \overline{\upsilon^2} = \dfrac{3}{2} k \cdot T$

=> mittlere Energie eines idealen atomaren (punktförmigen Gasteilchen) Gas hängt nur von T, und ist unabhängig von der Gaszusammensetzung

Innere Energie

Innere Energie (Symbol: U) = Die gesamte Energie, die innerhalb eines Systems gespeicherte ist.

Für ein ideales Gas => U=Bewegungsenergien aller Gasteilchen.
(Achtung: Die Bewegungsenergie des Schwerpunktes des Gesamtsystems und die potenzielle Energie des Systems sind äussere Energien)

$$\Rightarrow \boxed{U = \sum E_{kin} = \frac{3}{2} n N_A k \cdot T = \frac{3}{2} nRT}$$

=> Bei idealen atomaren Gasen hängt die innere Energie nicht vom Volumen und vom Gasdruck ab, sondern nur von der Temperatur und der Teilchenzahl

Nur Zur Info: Sind die Gasteilchen Moleküle (also keine atomare Gasteilchen), so können diese rotieren. Die Gesamtenergie besteht dann aus Translation- und Rotations-Energie, und das *Freiheitsgrad f* der Moleküle muss eingeführt werden um die Geometrie der Molekülen zu berücksichtigen.

Volumenänderung

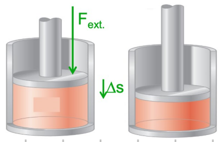
Volumenänderungsarbeit (δW) = Arbeit der Umgebung am Gas bei Verschiebung des Kolbens um die Strecke ds.

$$\delta W = -F \cdot \mathrm{d}s = -\frac{F}{A} \cdot A\mathrm{d}s = -p\mathrm{d}V \quad \Rightarrow \quad \boxed{W_{12} = -\int_{V_1}^{V_2} p(V)\mathrm{d}V}$$

Verrichtete Arbeit (im Gas zugeführt)

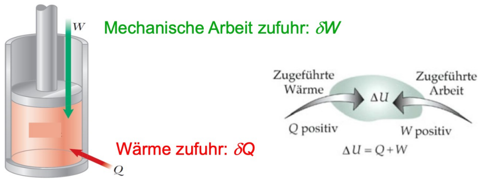
Druck des Gases (p hängt von V ab)

Volumenänderung des Gases



Gas wird zusammengedrückt (dV<0)
$\Rightarrow$ Arbeit $\delta W > 0$
$\Rightarrow$ Energie wird im Gas zugeführt
$\Rightarrow$ Gas wird heisser.

Erster Hauptsatz



Die Änderung der inneren Energie (U) eines Systems ist gleich der Summe der ihm netto zugeführten Wärme δQ und der ihm netto zugeführten Arbeit δW.

=> $dU = \delta Q + \delta W$

Isotherme Expansion

Das gas befindet sich in einem Kolben und expandiert bei konstanter Temperatur (=> Wärme muss zugeführt werden)

$$W_{AB} = -\int_{V_A}^{V_B} p(V)\mathrm{d}V = -\int_{V_A}^{V_B} nRT_1 \frac{1}{V}\mathrm{d}V = nRT_1 \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)$$

$$\boxed{pV = nRT}$$

Expansion => $V_A < V_B$ => $W_{AB} < 0$ — Gas liefert Arbeit (Kolben geht hoch)

Ideales Gas bei isothermen Prozessen => **innere Energie bleibt erhalten**

=> $dU = \delta Q + \delta W = 0$ => $Q_1 = -W_{AB}$ => $Q_1 > 0$

Wärme wird zugeführt

Adiabatische Expansion

Das gas befindet sich in einem Kolben und expandiert ohne Wärmeaustausch (=> Temperatur muss sinken $T_1 > T_2$)

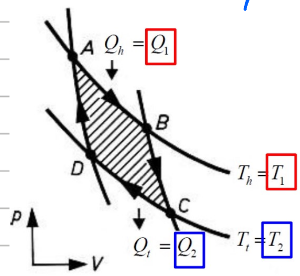
Erster Hauptsatz: $dU = \delta Q + \delta W$

$\Rightarrow$ Arbeit am Gas = Änderung der inneren Energie

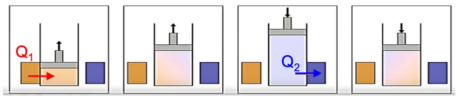
$\Rightarrow W_{BC} = nc_V \cdot (T_2 - T_1)$

$\Rightarrow W_{BC} < 0$ — Gas liefert Arbeit (Kolben geht hoch)

Carnot - Kreisprozess



a) isotherme Expansion von A nach B (bei T_1)
b) adiabatische Expansion von B nach C (T_1 bis T_2)
c) isotherme Kompression von C nach D (bei T_2, $T_2 < T_1$)
d) adiabatische Kompression zwischen D und A (T_2 bis T_1)



Nur der Bruchteil ($T_1 - T_2$) / T_1 der Wärme Q_1 kann als mechanische Energie genutzt werden

$Q_2 = -(T_2/T_1) \cdot Q_1$
muss an den Wärmebehälter 2 bei tiefer Temperatur abgegeben werden

W_{Nutz} = Nutzarbeit = Arbeit des Gases im Kolben (gelieferte mechanische Energie)

Wirkungsgrad der Carnot-Maschine:

$$\eta = \frac{W_{Nutz}}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Zweiter Hauptsatz

Es gibt keine periodisch arbeitende Maschine, die nichts weiter leistet, als einem Wärmereservoir Wärme zu entziehen und diese in mechanische Energie umzuwandeln.

Reale Maschine: $Q_2 \geq -(T_2/T_1) \cdot Q_1$ => $Q_1/T_1 + Q_2/T_2 \geq 0$

Infinitesimal kleine Schritte: $Q \to \delta Q$ => $\delta Q_1/T_1 + \delta Q_2/T_2 + \ldots \geq 0$

Definition: Entropieänderung: $\mathrm{d}S = \frac{\delta Q}{T}$ $\quad dS_1 + dS_2 + \ldots \geq 0$

$$\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 dS = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \geq 0$$

irreversible Vorgängen $\Delta S > 0$ (Entropie nimmt zu)
reversible Vorgängen $\Delta S = 0$ (Entropie bleibt erhalten)

Wellen

:= sich räumlich ausbreitende Störung (Auslenkung aus der Ruhelage)

Welle in Skalarfeld:

$$f(\vec{r},t) = s(\vec{r}-\vec{v}t) \quad \longrightarrow \quad s(\vec{r}) \text{ verschiebt sich mit } |\vec{v}| \text{ in Richtung } \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

in linearen Medien gilt Superposition:

$$f(\vec{r},t) = \sum_i s_i(\vec{r},t) \overset{*}{=} \sum_i s_i(\vec{r}-\vec{v}_i t)$$

$*$ Spezialfall bei ebenen Wellenfronten

Wellenformen in einer Dimension

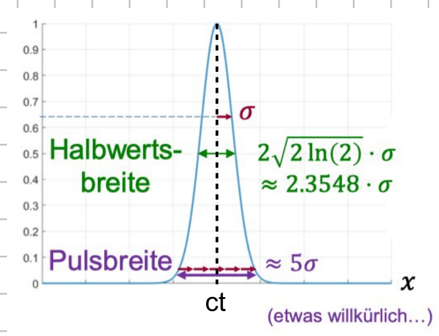
harmonische Wellenform:

$$f(x,t) = A_0 \cos(kx-\omega t+\phi_0) \qquad k=\frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega=\frac{2\pi}{T}$$

$$\text{Ausbreitungsgeschw.} = c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$$

Puls-Wellenform:

$$f(x) = A_0 \exp\left(-\frac{(x-ct)^2}{2\sigma^2}\right)$$



Kombination → Wellenpaket:

$$f(x,t) = A_0 \cos(kx-\omega t)\exp\left(-\frac{(x-ct)^2}{2\sigma^2}\right)$$

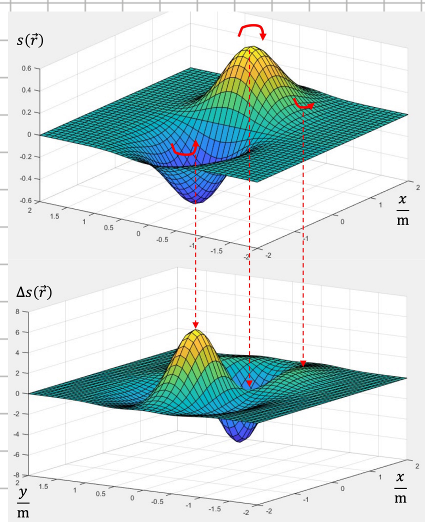
Wellengleichung

Laplace Operator: $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$

→ Krümmung (zweifache räumliche Ableitung)

→ «gespannte Gummihaut»

→ Wellengleichung sagt: falls zweifache Ableitung gross ist, erfährt Feldgrösse eine rückfreibende Beschleunigung



Skalarfeld: $\boxed{\ddot{s}(\vec{r}) = c^2(\vec{r})\,\Delta s(\vec{r})}$

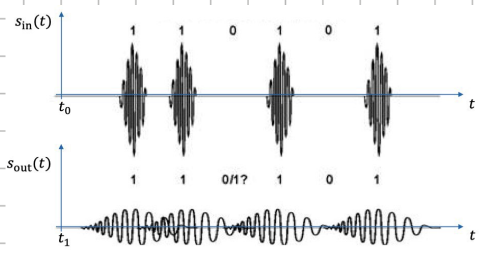
Vektorfeld: $\boxed{\ddot{\vec{s}}(\vec{r}) = c^2(\vec{r})\,\Delta \vec{s}(\vec{r})}$

Dispersion

normale Dispersion: tiefe Frequenzen (= grosse λ) schneller als hohe Frequenzen

anomale Dispersion: tiefe Frequenzen langsamer als hohe Frequenzen

Dispersion ist Problem wenn man mit Wellenpaketen Daten übertragen möchte, da das Datenpaket verschmiert
$\Rightarrow$ Amplitude sinkt und es gibt Crosstalk in das benachbarte Bit



falls $c(\omega) = const. \Rightarrow$ keine Dispersion

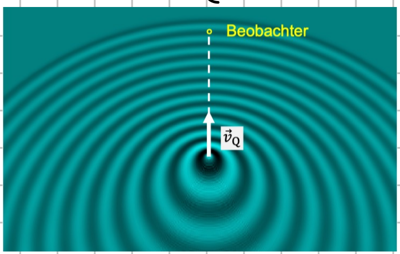
Dopplereffekt

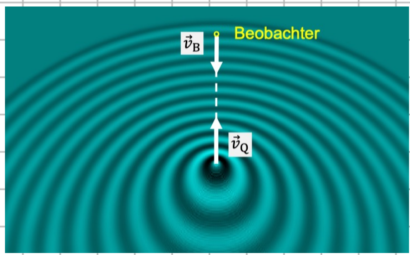
$$f_B = \frac{f_0}{1 \mp \frac{v_Q}{c}}$$

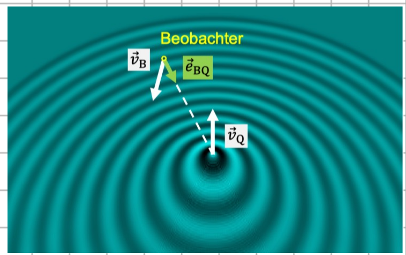
oberes Vorzeichen falls aufeinander zu bewegen

$$f_B = f_0 \frac{c \pm v_B}{c \mp v_Q}$$

$$f_B = f_0 \frac{c + \vec{v}_B \cdot \vec{e}_{BQ}}{c + \vec{v}_Q \cdot \vec{e}_{BQ}}$$

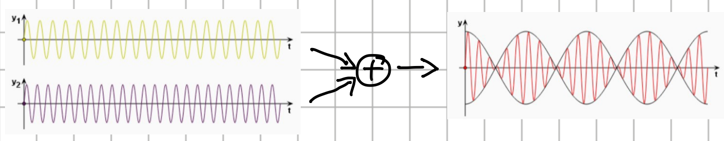






Schwebung

Überlagerung von 2 Wellen mit ähnlicher Frequenz



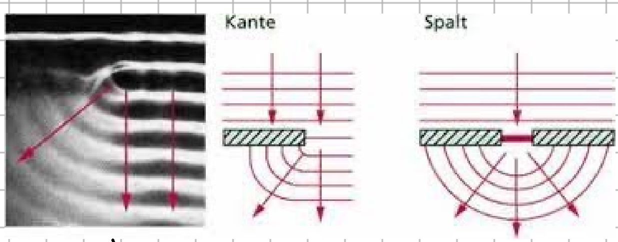
$$y_1(t) + y_2(t) = \hat{y} \sin(2\pi f_1 t) + \hat{y} \sin(2\pi f_2 t) \overset{\text{Additionsth.}}{=} 2\hat{y} \sin\left(2\pi \frac{f_1+f_2}{2} t\right) \cos\left(2\pi \frac{f_1-f_2}{2} t\right)$$

$$f_{\text{Überlagerung}} = \frac{f_1+f_2}{2} = \text{Mittelwert von } f_1 \text{ und } f_2$$

$$f_{\text{Einhüllende}} = \frac{|f_1-f_2|}{2} = \frac{\Delta f}{2}$$

$$f_{\text{Schwebung}} = |f_1 - f_2| = \Delta f = 2 \cdot f_{\text{Einhüllende}}$$

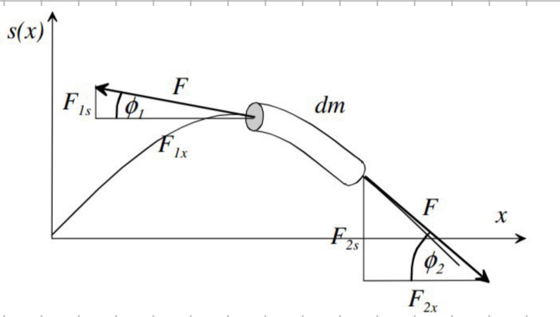
Beugung



ca 3λ

da nur ca 3λ weit ausgeprägt, ist der Effekt bei $L/\lambda \gg 1$ nicht gut sichtbar

Seilwelle



$$F = ma \Rightarrow \Delta m \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \rho A_{fil} \Delta x \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = F_{2s} - F_{1s}$$

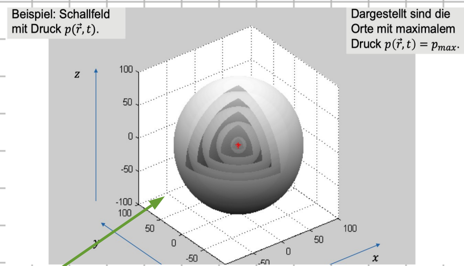
$$\rho A_{fil} \Delta x \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} \overset{\cos\phi \approx 1}{\approx} F_s \left(\frac{\partial s}{\partial x}\Big|_{x+\Delta x} - \frac{\partial s}{\partial x}\Big|_{x} \right)$$

$$\Leftrightarrow \rho \frac{A_{fil}}{F_s} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{\partial s}{\partial x}\Big|_{x+\Delta x} - \frac{\partial s}{\partial x}\Big|_{x} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\rho}{\sigma} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 s}{\partial x^2}$$

Schall

$$\ddot{p} = \frac{K}{\rho} \Delta p \quad \text{mit} \quad \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \frac{\omega}{k} = c = (331.5 + 0.6 \cdot T/°C) \frac{m}{s} \quad \text{(Luft)}$$



Schallintensität $\vec{J} = \frac{P}{A} \left[\frac{W}{m^2}\right]$ (Energieflussdichte)

Schallleistung $P = \oint\!\!\oint_A \vec{J} \cdot d\vec{A}$

- punktförmige Quelle:

$$P = \oint\!\!\oint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = J(r) \oint\!\!\oint_A d\vec{A} = J(r)\, 4\pi r^2$$

$$\Rightarrow J(r) = \frac{P}{4\pi r^2} \quad \Rightarrow \quad J \text{ nimmt mit } \frac{1}{r^2} \text{ ab}$$

- Linienquelle / 2D-Welt: J nimmt mit $\frac{1}{r}$ ab

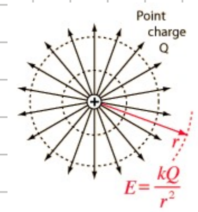
Schallpegel

Schalldruckpegel $L_p = 10 \log_{10}\left(\frac{p^2}{p_0^2}\right) = 20 \log_{10}\left(\frac{p}{p_0}\right)$ $\qquad p_0 = 2 \cdot 10^{-5}\,Pa$

Schallleistungspegel $L_W = 10 \log_{10}\left(\frac{P}{P_0}\right)$ $\qquad P_0 = 10^{-12}\,W$

Schallintensitätsp. $L_J = 10 \log_{10}\left(\frac{|J|}{J_0}\right)$ $\qquad J_0 = 10^{-12}\,\frac{W}{m^2}$

Elektrizitätslehre



Merksätze:

- Kraft, die von Ladungen ausgeht folgt einem $\frac{1}{r^2}$ - Gesetz
- Ladung ist eine mengenartige Grösse und lässt sich auf andere Körper übertragen
- $\vec{E}$-Feld lässt sich als Kraft/Probeladung oder Spannung/Distanz interpretieren
- Ladung im Volumen V verursacht Flussdichte $\vec{D}$ auf Oberfläche $A = \partial V$ dieses Volumens, $[D] = C/m^2$
- falls im Innern eines geschlossenen Metallgehäuses keine Ladungen vorhanden $\Rightarrow$ $\vec{E}$-Feld ist null (Faraday-Käfig)
- Influenz: Ladungsdichte stellt sich in einem Leiter so ein, dass auf frei beweglichen Ladungsträger keine Kraft mehr wirkt
- elektrische Feldlinien stehen senkrecht auf Metalloberflächen

elektrisches Feld $\vec{E}$ bevorzugt

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r}) &= \vec{F}(\vec{r})/q \\ &= -\nabla(\varphi(\vec{r}))\end{aligned}}$$

«elektrostatische Kraft pro Probeladung»
« Gradient des Potenzials »

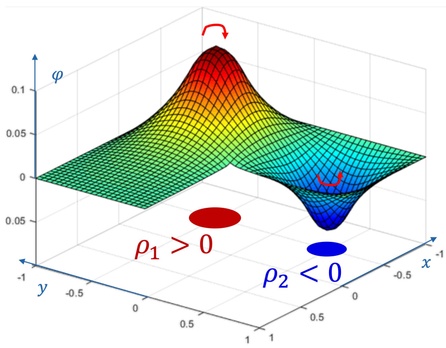
$[E] = N/C = V/m$ «Spannung pro Distanz»

Vektorfeld

Superpositionsprinzip:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \sum \frac{Q_i}{r_i^2} \vec{e}_{r_i}$$

Poissongleichung



$$\boxed{\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon}}$$

$\varphi(\vec{r})$: elektrisches Potenzial
$\rho(\vec{r})$: el. Ladungsdichte $\rightarrow \rho(\vec{r}) = \rho(x,y,z)$ $[\rho] = C/m^3$ (Skalarfeld)
$\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\vec{r})$: Permittivität

statisch (keine zeitliche Ableitung, bewegt sich nichts)
Gummihaut-Idee

da wo die zweifache Ableitung des Potenzials gross ist, gibt es eine Ladungsdichte

überall wo keine Ladungsdichte vorhanden, gibt es auch keine Krümmung

Zusammenhang mit MW1:

$$\boxed{\Delta\varphi = \nabla\cdot\nabla\varphi = \nabla\cdot(-\vec{E})}$$

Arbeit W

$$\boxed{W_{12} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r})\cdot d\vec{r} = q\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{r} \overset{*}{=} qEl}$$

* Spezialfall: $|\vec{E}|$ konstant und $\parallel$ zu $d\vec{r}$

wenn man im statischen $\vec{E}$-Feld einmal im Kreis geht, gilt: $W_{12} = q\oint \vec{E}\cdot d\vec{r} = 0$

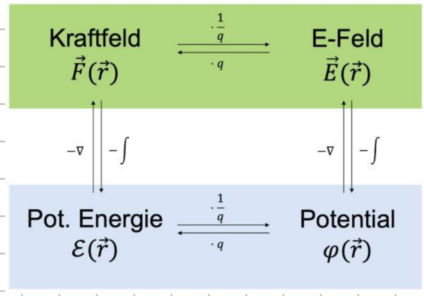
$$\boxed{E_2^{pot} - E_1^{pot} = -W_{12}}$$

Spannung U

$U = W/q$ «Arbeit pro Probeladung»

$$\boxed{U_{12} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \overset{*}{=} El}$$

$$U = -(\varphi_2 - \varphi_1) = \varphi_1 - \varphi_2$$



Strom I

$$\boxed{I(t) = \frac{d}{dt} Q(t) \iff Q(t) = \int_{t_0}^{t} I(\tau)\, d\tau}$$

elektrische Flussdichte $\vec{D}$

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ $\quad [D] = \frac{C}{m^2}$ $\quad$ mit $\varepsilon_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$

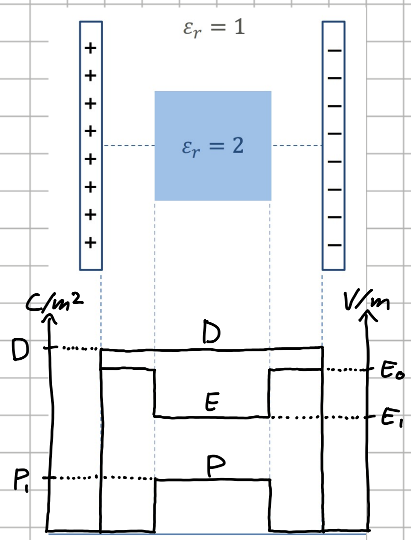
falls Material linear & isotrop gilt:

$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$ und somit

$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ mit $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

χ = Suszeptibilität = Fähigkeit des Materials zur el. Polarisation

Ursache: mikroskopische Dipole, die zusätzlich das $\vec{P}$-Feld generieren



Satz von Gauss → MW1 in Integralform

$$\boxed{\oiint_{\partial V} \vec{D} \cdot d\vec{A} = \iiint_V \rho \, dV}$$

$\vec{D}$-Feld aufsummiert auf Oberfläche ∂V des Volumens — Summe über alle Quellen im Volumen

Es fließt durch die Oberfläche… …was im Innern entsteht

Trick falls symmetrische Ladungsdichte in Kugel: $\oiint_{\partial V} \vec{D} \cdot d\vec{A} = D(r) \oiint_{\partial V} dA = D(r)\, Vol_2(\partial V)$

Zusammenhang mit Poissongleichung:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{Q}{r^2} \vec{e}_r$$

Bedingungen: Punktladung, ε_r konstant

$$\Updownarrow$$

$$\varepsilon \vec{E} \cdot 4\pi r^2 = Q \vec{e}_r$$

$$\Updownarrow$$

$$\oiint_{\partial V} \varepsilon \vec{E} \cdot d\vec{A} = \iiint_V \rho \, dV$$

Vorteil: allgemeingültig, beliebige Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$, beliebiges Material $\varepsilon_r(\vec{r})$

$$\Updownarrow$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \nabla \cdot (-\nabla \varphi) = -\Delta \varphi = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

Vorteil: gut geeignet für Computer-Simulation

Farraday - Käfig

Unter einem FARADAY-Käfig versteht man einen Metallkäfig oder einen von Metall umgebenen Raum. Werden auf einen solchen Metallkäfig elektrische Ladungen gebracht, so verteilen sich diese auf der Oberfläche dieses Metallkäfigs. Sie dringen nicht in den Innenraum ein. Der Innenraum ist somit nicht nur frei von zusätzlichen elektrischen Ladungen, sondern auch frei von elektrischen Feldern.

Faradayscher Käfig mit Versuchspersonen im feldfreien Innenraum

Das gilt auch dann, wenn z.B. ein Blitz einen solchen FARADAY-Käfig trifft. Der Blitz trifft auf die Oberfläche des Käfigs, dringt aber nicht in den Innenraum ein. Man ist also in einem solchen FARADAY-Käfig vor Blitzschlag oder auch vor anderen starken elektrischen Entladungen geschützt. Dabei ist es gleichgültig, ob es sich um einen vollständig von Metall umschlossenen Raum handelt oder ob die Abgrenzung nur durch ein Metallgitter erfolgt. Das stellte schon der englische Physiker MICHAEL FARADAY (1791-1867) fest. Nach ihm ist deshalb diese Anordnung bezeichnet.

Die Karosserien von Autos oder Flugzeughüllen sind solche FARADAY-Käfige. Man ist deshalb in einem Auto oder in einem Flugzeug vor einem Blitzschlag geschützt. Bei Cabrios reicht zur Abschirmung schon der Metallrahmen. Allerdings können starke elektrische Entladungen zu Störungen bei elektronischen Bauteilen führen, bleiben also trotzdem gefährlich.

FARADAY-Käfige nutzt man auch zur Abschirmung von Kabeln: Übertragungskabel für Computer oder Antennenkabel sind von einem Drahtgeflecht aus Kupfer umgeben. Dieses Drahtgeflecht bewirkt, dass keine elektrischen Felder von außen die übertragenen Daten beeinflussen können. Die Abschirmung bewirkt eine störungsfreie Datenübertragung.

Feldgrössen

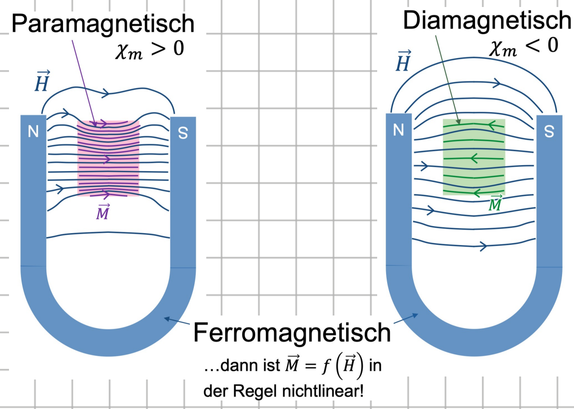
Raumladungsdichte : ρ in $\frac{C}{m^3}$ Ladung $Q = \rho V$

Flächenladungsdichte : σ in $\frac{C}{m^2}$ $= \sigma A$

Linienladungsdichte : λ in $\frac{C}{m}$ $= \lambda x$

Stromdichte : $\vec{J}$ in $\frac{A}{m^2}$ Strom $I = \vec{J} \cdot \vec{A}$

Magnetismus



magnetische Flussdichte $\vec{B}$

bevorzugt verwendet

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \qquad [B] = T = \frac{Vs}{m^2}$$

falls Material linear & isotrop gilt:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad \text{und somit}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \text{mit} \quad \mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\hookrightarrow \mu_r = 1 + \chi_m$$

χ_m = magn. Suszeptibilität = Fähigkeit des Materials zur Magnetisierung

mikroskopische/quantenmechanische Ursachen

Diamagnetismus $\chi_m < 0$: alle Stoffe besitzen schwaches magnetisches Moment, welches dem äusseren angelegten Magnetfeld entgegengerichtet ist

Ursache: Bahndrehimpuls d. e^-

Paramagnetismus $\chi_m > 0$: bestimmte Stoffe (z.B. Chrom, Aluminium) magnetisieren sich in Feldrichtung eines äusseren Magnetfeldes $\Rightarrow$ Verstärkung

Ursache: nicht ausgeglichene Spin- und Bahndrehimpulse aufgrund von unvollständig besetzten Elektronenorbitale

Ferromagnetismus: Selbstmagnetisierung einiger kristalliner Festkörper (z.B. Eisen, Nickel, Kobalt)

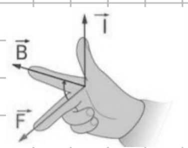
Ursache: unausgeglichene magnetische Momente der e^--Spins

makroskopische/relativistische Ursachen

magnetisches Feld ist elektrisches Feld aus einem bewegten Bezugssystem

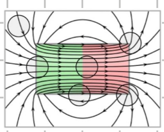
Lorenzkraft

$$\boxed{\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})}$$



Gauss für Magnetismus $\rightarrow$ MW2

$$\boxed{\oiint_{\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0}$$



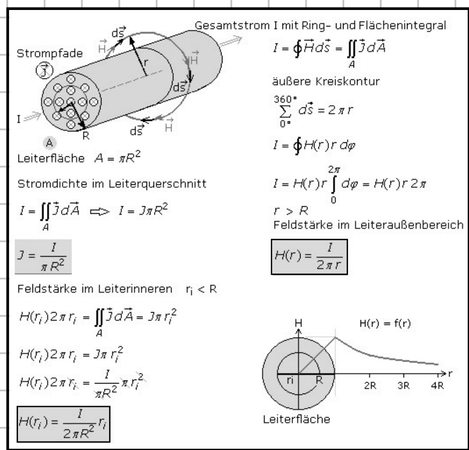
gibt keine magn. Ladungen

Durchflutungsgesetz $\rightarrow$ MW4

Spezialfall (Statik resp. DC)

$$\boxed{\oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{r} = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = I}$$

bei Dynamik/AC kommt noch Verschiebungsstrom hinzu...



Trick falls gerader langer Leiter: $\oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{r} = H(r) \oint_{\partial A} dr = H(r) \, \mathrm{vol}_1(\partial A)$

$$\vec{H} = \frac{1}{2\pi} \frac{I}{r} \vec{e}_\varphi$$

$$\Updownarrow$$

$$\vec{H} \cdot 2\pi r = I \vec{e}_\varphi$$

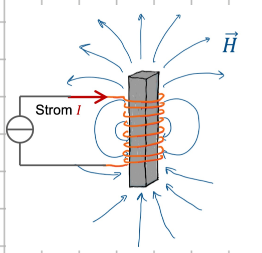
$$\Updownarrow$$

$$\oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{r} = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

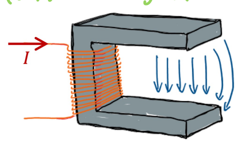
Bedingungen: langer Leiter, 2D-Querschnitt, μ_r konstant

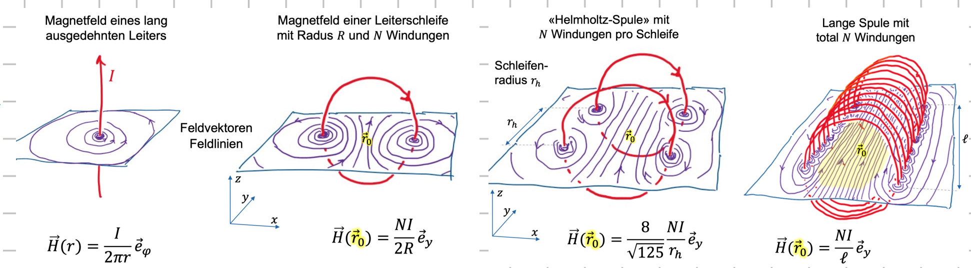
Vorteil: allgemeingültig, beliebige Stromdichte $\vec{J}(\vec{r})$, beliebiges Material $\mu_r(\vec{r})$, gut geeignet für Computer-Simulation

Magnetfelder von Leitern



Eisenkern verstärkt und führt das Magnetfeld

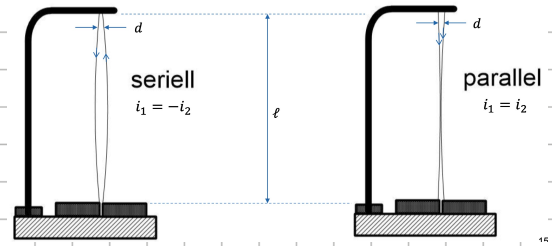




Kräfte zwischen Strömen

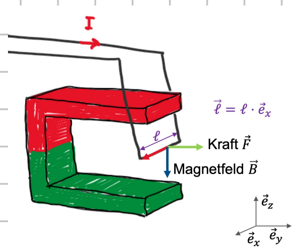
$$\boxed{F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_1 i_2 l}{d}}$$

anziehend falls i_1 und i_2 in gleiche Richtung fliessen



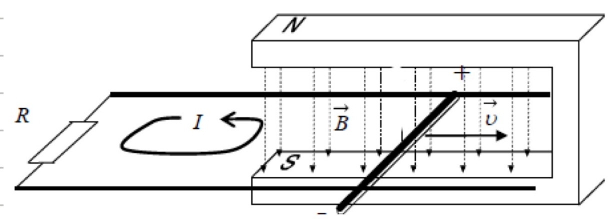
Leiterschleife in Magnetfeld

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$
$$= q\left(\frac{d}{dt}\vec{l} \times \vec{B}\right)$$
$$= \frac{d}{dt} q(\vec{l} \times \vec{B})$$
$$= I(\vec{l} \times \vec{B})$$



Induktion

Lorenzkraft führt umgekehrt zu einer induzierten Spannung, wenn Leiterschleife in Magnetfeld bewegt wird:

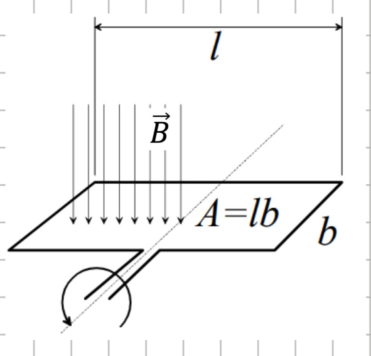


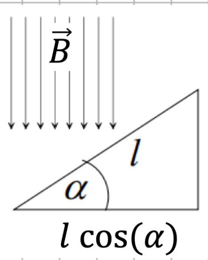
$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$
$$U_{ind} = -v l B$$
$$U_{ind} = -\frac{d}{dt}\Phi \quad \text{mit magnetischem Fluss} \quad \Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

↳ Änderung von Fläche, Feld oder Geometrie zwischen beiden

Wechselstromgenerator

$$U_{ind} = -\frac{d}{dt}\Phi$$
$$= -\frac{d}{dt}(NBA\cos(\alpha))$$
$$= -\frac{d}{dt}(NBlb\cos(\omega t))$$
$$= NBlb\omega\sin(\omega t)$$



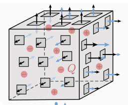


allgemein: Induktionsgesetz → MW3

$$\boxed{U_{ind} = \oint_{\partial A} \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\iint_A \frac{\partial}{\partial t}\vec{B}\cdot d\vec{A} = -\frac{\partial}{\partial t}\iint_A \vec{B}\cdot d\vec{A} = -\frac{d}{dt}\Phi}$$

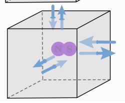
in Worten: die zeitl. Veränderung d. magn. Flussdichte verursacht ein elektrisches Feld

Maxwellgleichungen



Gaußsches Gesetz:
Elektrische Feldlinien divergieren voneinander unter Anwesenheit elektrischer Ladung; die Ladung ist Quelle des elektrischen Feldes.

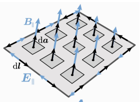
$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \qquad \oiint_{\partial V} \vec{D} \cdot d\vec{A} = \iiint_V \rho \, dV$$



Gaußsches Gesetz für Magnetfelder:
Magnetische Feldlinien divergieren nicht, das Feld der magnetischen Flussdichte ist quellenfrei; es gibt keine magnetischen Monopole.

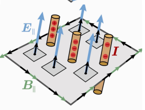
$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \qquad \oiint_{\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Hier wäre die magnetische Ladung…



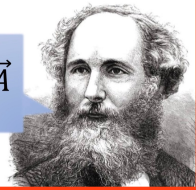
Induktionsgesetz:
Änderungen der magnetischen Flussdichte führen zu einem elektrischen Wirbelfeld. Das Minuszeichen schlägt sich in der Lenzschen Regel nieder.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\dot{\vec{B}} \qquad \oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \text{Hier wäre der magnetische Strom…} - \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$



Erweitertes Durchflutungsgesetz:
Elektrische Ströme – einschließlich des Verschiebungsstroms – führen zu einem magnetischen Wirbelfeld.

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \dot{\vec{D}} \qquad \oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{r} = \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{D} \cdot d\vec{A}$$



1864

clean stuff

$$\oiint_{\partial V} \vec{D} \cdot d\vec{A} = \iiint_V \rho \, dV = Q$$

$$\oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{r} = \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A} = I$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_L \vec{E} \cdot d\vec{r} = U$$

dirty stuff

$$\left.\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \end{aligned}\right\} \text{L: Flussdichte, R: Feldstärke}$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

«Fluss durch die Oberfläche Gesetze»:

$$\oiint_{\partial V} \vec{D} \cdot d\vec{A} = \iiint_V \rho \, dV \quad (1) \qquad \oiint_{\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (2)$$

«Wirbelgesetze (Feld entlang der Randlinie)»:

$$\oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (3) \qquad \oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{r} = \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A} \quad (4)$$

Änderung des mag. Fluss ist die Quelle des $\vec{E}$-Feld

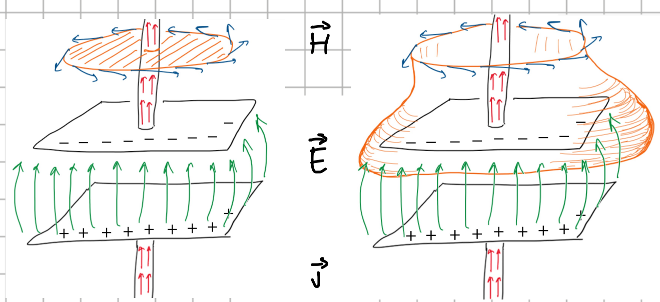
Strom ist die Quelle des $\vec{H}$-Feld

bei (4) fehlte jedoch noch der Verschiebungsstrom welcher durch MW 1864 ergänzt wurde:

Gedankenexperiment zu Verschiebungsstrom:

« Strom → Quelle von $\vec{H}$-Feld »:

$$\begin{aligned} \oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{r} &= \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = I \\ &= \iint_A \left(\sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}\right) \cdot d\vec{A} \\ &= \text{Leitungsstrom} + \text{Verschiebungsstrom} \end{aligned}$$

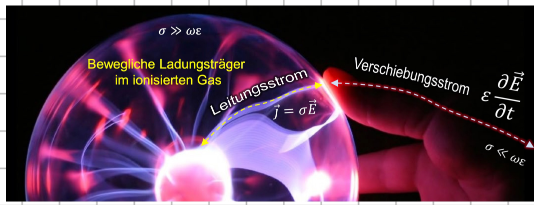


$\vec{j} > 0, \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} = 0$ $\qquad$ $\vec{j} = 0, \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} > 0$

bei harmonischen Signal (Wechselspannung) $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \sin(\omega t)$ kann man 2 Bereiche unterscheiden:

$\sigma \gg \omega\varepsilon \Rightarrow$ Leitungsstrom dominant

$\sigma \ll \omega\varepsilon \Rightarrow$ Verschiebungsstrom dominant



MW wenn es Materie hat

Permittivität $\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\vec{r})$

Permeabilität $\mu(\vec{r}) = \mu_0 \mu_r(\vec{r})$

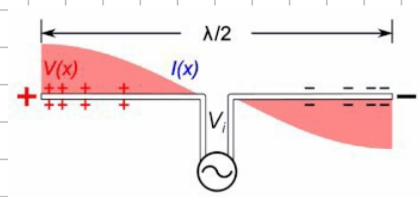
Leitfähigkeit $\sigma(\vec{r})$

Brechungsindex $n(\vec{r}) = \sqrt{\mu_r(\vec{r})\,\varepsilon_r(\vec{r})}$

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \\ \vec{j} &= \sigma \vec{E} \end{aligned}}$$

Hertzscher Dipol vs $\lambda/2$-Dipol

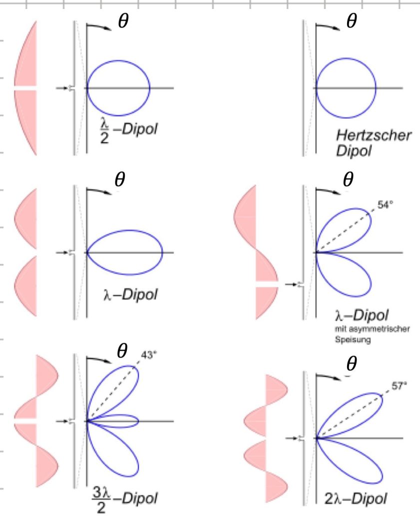
theoretisches Konstrukt	vs	Bananleitung für einfache Antenne
geschlossene Formel	vs	meist numerisch berechnet
Dipollänge $\delta l \to 0$	vs	Dipollänge $= \lambda/2$



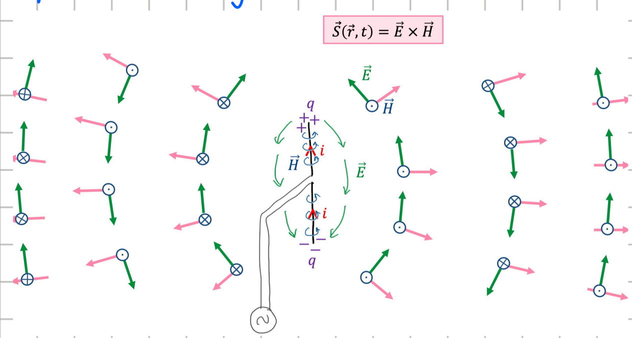
Abstrahlcharakteristika des Dipols

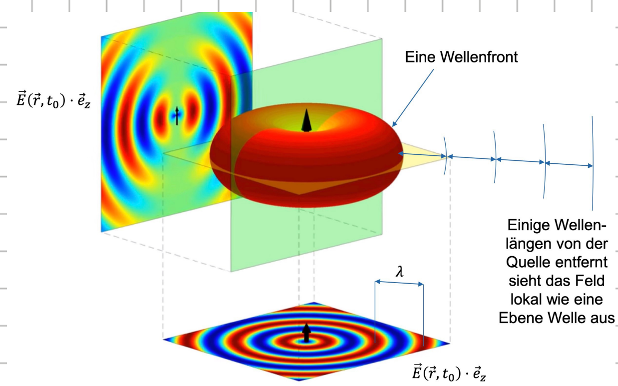
Nahfeld = komplizierte Feldverteilung mit eng gekoppelten $\vec{E}(\vec{r},t)$ und $\vec{H}(\vec{r},t)$ in weniger als 10λ von der Quelle

Fernfeld = relativ einfache Feldsituation in mehr als 10λ Abstand von der Quelle: $\vec{E}(\vec{r},t)$ und $\vec{H}(\vec{r},t)$ immer senkrecht aufeinander und der $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ zeigt in radiale Richtung
→ Intensität variiert über den Raumwinkel

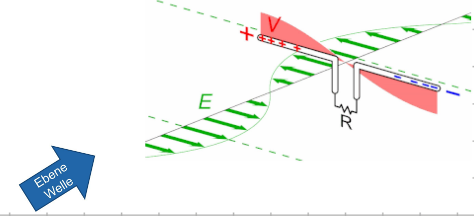


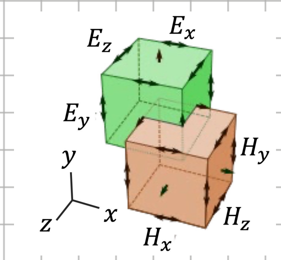
Dipolabstrahlung





Dipol als Empfangsantenne:



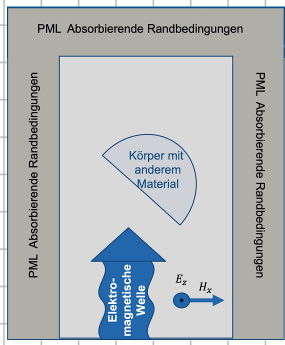


Leapfrog Zeitschrittverfahren

↳ «Böckligumpe»

$$\boxed{\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\mu \dot{\vec{H}}, \qquad \operatorname{rot}(\vec{H}) = \varepsilon \dot{\vec{E}}}$$

immer einmal E-Feld, dann nach $dt/2$ H-Feld berechnen



Full-Wave Maxwell Computersimulation

absorbierende Randbedingung: PML = Perfectly Matched Layer

Energiefluss in Schaltkreisen

Energieflussdichte:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad [W/m^2]$$

$$\boxed{\begin{aligned} R &= \frac{l}{\sigma_{el} A} \\ \frac{R}{l} &= \text{spez. Widerstand} \end{aligned}}$$

Leistungsdichte:

$$p = \vec{E} \cdot \vec{j} = \sigma_{el} |\vec{E}|^2 \quad [W/m^3]$$

Skineffekt

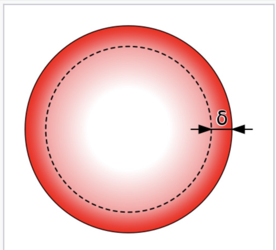
bei Wechselstrom ändert sich Magnetfeld => Wirbelströme

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} \iff \oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{r} = \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A} \implies H \underbrace{\oint dr}_{\sim r} = j \underbrace{\iint dA}_{\sim r^2}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -i\omega\mu \vec{H}$$

$$E = \frac{U}{l}$$

Skintiefe: $\boxed{\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}}}$



Äquivalente Leitschichtdicke δ (auch Skin-Tiefe) und tatsächliche Stromverteilung im Leiterquerschnitt als Verlauf der Rotfärbung

ρ [Ωm]: spezif. Widerst. $\quad \rho = RA/L$

ω [rad/s]: Kreisfrequenz $\quad \omega = 2\pi f$

μ [N/A²]: Permeabilität $\quad \mu = \mu_0 \mu_r$

zeitharmonische Felder

MW in komplexer Schreibweise:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$
$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$
$$\operatorname{rot} \vec{E} = -i\omega \vec{B}$$
$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + i\omega \vec{D}$$

Definition neuer Variabeln:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) \cdot e^{i\omega t}$$

Feld im Zeitbereich $\quad$ komplexes Feld (Phasor)

komplexe Permittivität: $\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\vec{r}) - \frac{i\sigma(\vec{r})}{\omega}$

komplexer Brechungsindex: $n = \sqrt{\varepsilon\mu} = n' + in''$

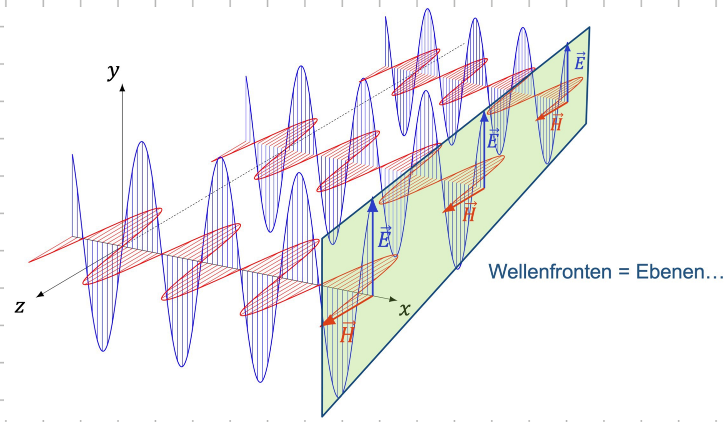
MW-Gl in Differentialform

Gauss	$\nabla\cdot\vec{D} = \rho$	(1)
Gauss für Magnetfelder	$\nabla\cdot\vec{B} = 0$	(2)
Faraday	$\nabla\times\vec{E} = -\dot{\vec{B}}$	(3)
Ampère	$\nabla\times\vec{H} = \vec{j} + \dot{\vec{D}}$	(4)

Wellengleichung im Vakuum

$$\left.\begin{aligned} \nabla\times\vec{E} &= -\mu\dot{\vec{H}} \iff \dot{\vec{H}} = \frac{-1}{\mu}\nabla\times\vec{E} \\ \nabla\times\vec{H} &= \varepsilon\dot{\vec{E}} \iff \ddot{\vec{E}} = \frac{1}{\varepsilon}\nabla\times\dot{H} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \ddot{\vec{E}} = \frac{-1}{\varepsilon\mu}\nabla\times\nabla\times\vec{E} = \frac{-1}{\varepsilon\mu}\Big(\overset{\text{Vakuum}}{\cancel{\nabla(\nabla\cdot\vec{E})}} - \nabla^2\vec{E}\Big)$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{\vec{E}} = \frac{1}{\varepsilon\mu}\nabla^2\vec{E}}$$



Lösungen:

- Ebene Welle:
  $\vec{E}(\vec{r},t) = E_0\vec{e}_y\cos(kx-\omega t)$
  $\vec{H}(\vec{r},t) = H_0\vec{e}_z\cos(kx-\omega t)$

- Überlagerungen von bekannten Lösungen:
  $\vec{E}(\vec{r},t) = \sum_i E_i\vec{e}_i\cos(\vec{k}_i\cdot\vec{r} - \omega_i t + \phi_i)$

- $\lambda/2$ - Dipolantenne als Sender und Empfänger
- Numerisch: zB Finite-Difference Time-Domain (FDTD) Methode

ebene (linear polarisierte) Welle

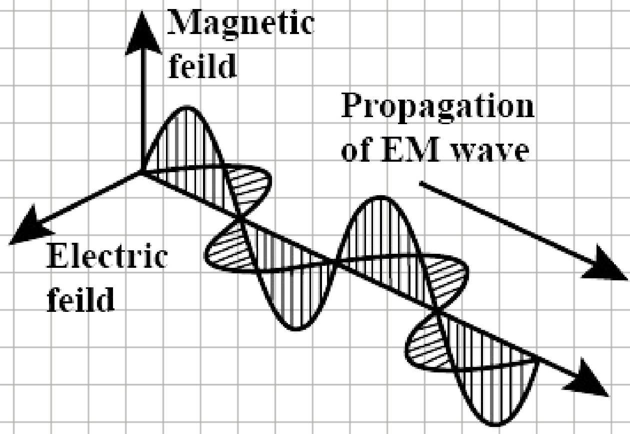
$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0\cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \phi_E)$

$\vec{H}(\vec{r},t) = \vec{H}_0\cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \phi_H)$

$\vec{S}(\vec{r},t) = \vec{E}\times\vec{H}$	Poyntingvektor
$Z_0 = E_0/H_0 = \sqrt{\mu/\varepsilon}$	Wellenimpedanz
$n = \sqrt{\mu_r\varepsilon_r}$	Brechungsindex
$c = \frac{\omega}{k} = \lambda f = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{c_0}{n}$	Ausbreitungsgeschwindigkeit

Optik

MW-Gleichungen mit E und B



Gauss $\quad \nabla \cdot \vec{E} = \rho / \varepsilon_0 \quad (1)$

Gauss für Magnetfelder $\quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$

Faraday $\quad \nabla \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}} \quad (3)$

Ampère $\quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \dot{\vec{E}} \quad (4)$

Wellengleichung im Vakuum

$$\left.\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -\dot{\vec{B}} &\Leftrightarrow\quad \ddot{\vec{B}} &= -\nabla \times \dot{\vec{E}} \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \varepsilon_0 \dot{\vec{E}} &\Leftrightarrow\quad \ddot{\vec{E}} &= \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \nabla \times \dot{\vec{B}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \ddot{\vec{E}} = \frac{-1}{\mu_0\varepsilon_0} \nabla \times \nabla \times \vec{E} = \frac{-1}{\mu_0\varepsilon_0}\Big(\underbrace{\cancel{\nabla(\nabla\cdot\vec{E})}}_{\text{Vakuum}} - \nabla^2 \vec{E}\Big)$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{\vec{E}} = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \nabla^2 \vec{E}}$$

allgemeine Lösung ist gegeben durch

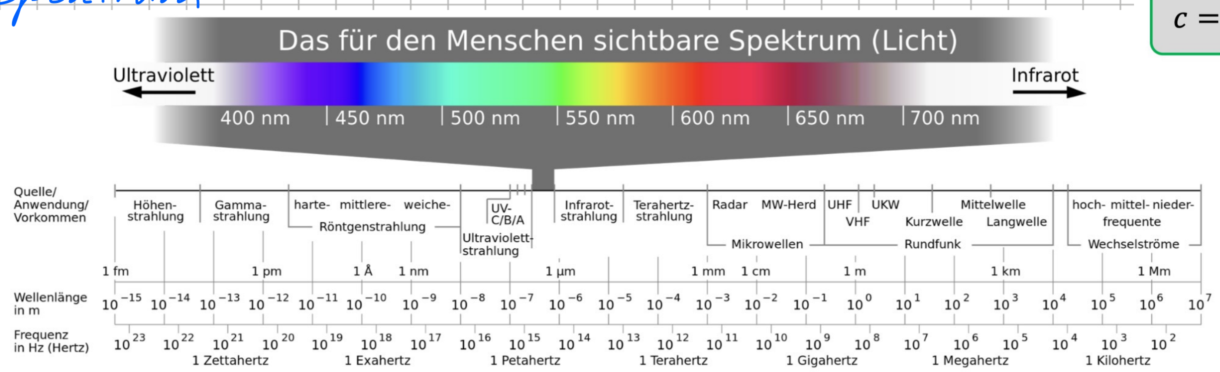
$$\boxed{\vec{E}(\vec{r},t) = \mathrm{Re}\left(\int_{\vec{k}} \int_{\omega} \vec{E}_0(\vec{k},\omega)\, e^{\pm i \vec{k}\cdot\vec{r} - i\omega t}\, d\omega\, d^3\vec{k}\right)}$$

mit $\vec{k}\cdot\vec{k} = \omega^2 / c^2$

$\vec{E}_0(\vec{k},\omega) \in \mathbb{C}^3$ ist komplexe Amplitudendichte
↳ erlaubt auch Polarisierung

Spektrum

$$\boxed{c = \lambda f = 2.998 \cdot 10^8 \ \frac{m}{s}}$$

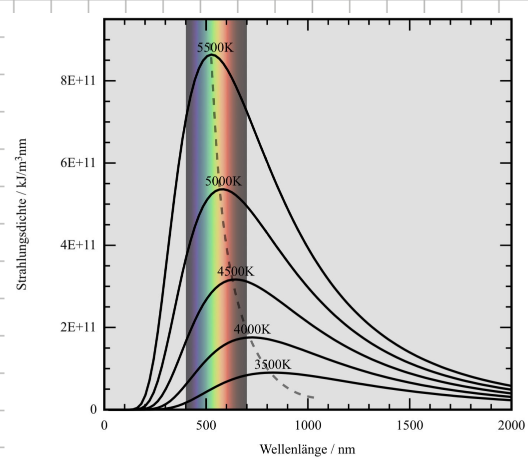


schwarzer Körper

Ein Schwarzer Körper (auch: Schwarzer Strahler, planckscher Strahler, idealer schwarzer Körper) ist eine idealisierte thermische Strahlungsquelle. Die Idealisierung besteht darin, dass solch ein Körper alle auftreffende elektromagnetische Strahlung jeglicher Wellenlänge vollständig absorbiert, während reale Körper immer einen Teil davon zurückwerfen. Gleichzeitig sendet er als Wärmestrahlung eine elektromagnetische Strahlung aus, deren Intensität und spektrale Verteilung von der weiteren Beschaffenheit des Körpers und seiner Oberfläche unabhängig sind und nur von seiner Temperatur abhängen.

Die Wärmestrahlung des schwarzen Körpers ist in jedem Wellenlängenbereich stärker als die eines jeden realen Körpers gleicher Fläche und gleicher Temperatur. Sie wird Schwarzkörperstrahlung oder aufgrund der Realisierung des schwarzen Körpers durch einen Hohlraum auch Hohlraumstrahlung genannt. In der Literatur des späten 19. und des frühen 20. Jahrhunderts ist die Bezeichnung schwarze Strahlung zu finden.

Der schwarze Körper dient als Grundlage für theoretische Betrachtungen sowie als Referenz für praktische Untersuchungen elektromagnetischer Strahlung. Der Begriff „Schwarzer Körper“ wurde 1860 von Gustav Robert Kirchhoff geprägt.



Wellen in Material

Abschwächung der Feldstärke mit $\vec{E} \sim e^{-x/\delta}$

Abschwächung der Intensität mit $I \sim |\vec{E}|^2 \sim e^{-2x/\delta}$

Eindringtiefe: $\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu_0 \sigma}}$

ebene linear polarisierte Welle

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \phi)$$

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 \cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \phi)$$

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{B}_0 &= \frac{1}{c}\frac{\vec{k}}{|\vec{k}|} \times \vec{E}_0 \\ |\vec{k}| &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ \omega &= \frac{2\pi}{T} \end{aligned}}$$

oder in komplexer Schreibweise:

$$\tilde{\vec{E}}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \phi)}$$

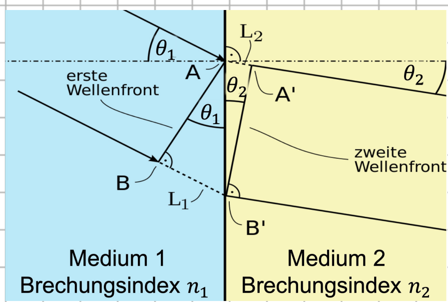
$$\tilde{\vec{B}}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \phi)}$$

wobei der Realteil die physikalischen Felder zurückliefert

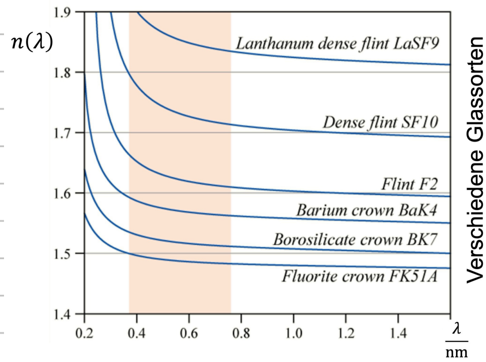
Brechung

Brechungsgesetz von Snellius:

$$\boxed{n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)}$$



Prisma:



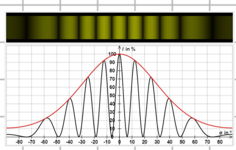
wellenlängenabhängiger Brechungsindex $n(\lambda)$

Beugung

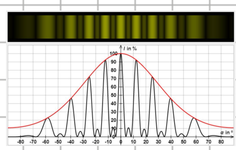
Beugung an Spalten

konstruktive Interferenz falls:

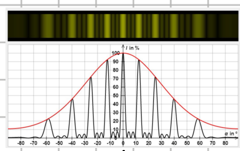
$$\boxed{\sin(\alpha_k) = \frac{k\lambda}{d}}$$



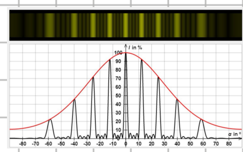
2 Spalten



3 Spalten



4 Spalten

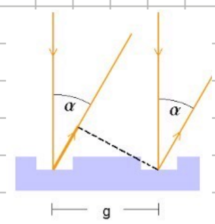


5 Spalten

Beugung am Reflexionsgitter

konstruktive Interferenz falls:

$$\boxed{\sin(\alpha_k) = \frac{k\lambda}{g}}$$



Quantenmechanik

Öltröpfchenversuch → Quantisierung der Ladung: Elementarladung $e = 1.6 \cdot 10^{-19}\,C$

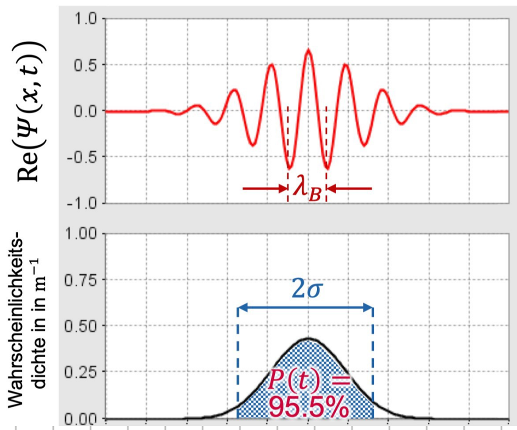
Inputs Schrödingergleichung: potenzielle Energie $V(\vec{r})$
Masse m
↳ z.B. Coulomb-Potenzial für Elektron um Atomkern

Planck-Konstante $\boxed{h = 2\pi\hbar = 6.626 \cdot 10^{-34}\,Js}$

ähnlich wie P kann man aus $\Psi(\vec{r},t)$ auch weitere Erwartungswerte bestimmen:
- Ort $\langle \vec{r} \rangle$
- Impuls $\langle \vec{p} \rangle$
- kinetische Energie $\langle E_{kin} \rangle$
- potenzielle Energie $\langle E_{pot} \rangle$

$$\boxed{\langle f \rangle = \iiint_\infty \Psi^* f\, \Psi\, dV}$$

De-Broglie-Wellenlänge: $\boxed{\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mE_{kin}}} \quad \text{mit } E_{kin} = E_{tot} - V}$



Teilchen ist lokalisiert mit Breite σ (= «Streuung»)
Wellenpaket verschmiert mit der Zeit (Dispersion!)
bei Messung wird das Teilchen lokalisiert

stark lokalisierte Welle hat breites Frequenzspektrum (→ Fourier)
⇒ man kann von Teilchen nur entweder den Impuls oder Ort genau kennen

Heisenberg schätzte die Untergrenze qualitativ mit h ab, symbolisch $\boxed{\Delta x \cdot \Delta p \approx h}$
Kennard bewies moderne, formale, rigorose Variante $\boxed{\sigma_x \cdot \sigma_p \geq \hbar/2}$

Normierungsbedingung für Wellenfunktion eines Teilchens das existiert:

$$\boxed{\iiint_\infty \rho(\vec{r},t)\, d^3\vec{r} = \iiint_\infty \Psi^*(\vec{r},t)\,\Psi(\vec{r},t)\, d^3\vec{r} = \iiint_\infty |\Psi(\vec{r},t)|^2 d^3\vec{r} \stackrel{!}{=} 1}$$

Teilchen in Kraftfeld

zeitabhängige Schrödingergleichung

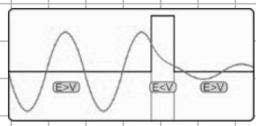
$$\boxed{i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\vec{r},t) + V(\vec{r},t)\,\Psi(\vec{r},t) = \hat{H}\,\Psi(\vec{r},t)}$$

$V = V(\vec{r},t)$ ist Potenzial (potentielle Energie)

Streuung:

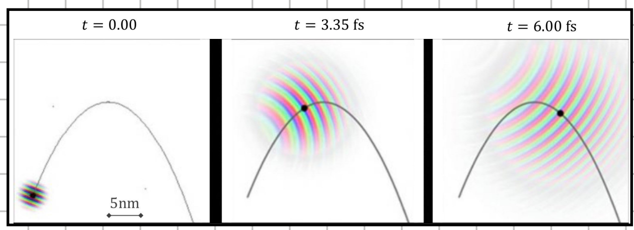
bei Potenzialstufe (Barriere) streut das Teilchen, gibt vorwärts und rückwärts laufende Welle

Teilchen tunnelt durch Barriere



falls Teilchen weniger Energie hat als Barriere, nimmt Wellenfunktion in Barriere exponentiell ab

schiefer Wurf eines Elektrons im $\vec{E}$-Feld:



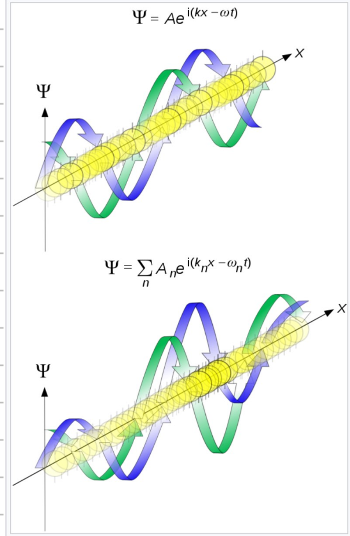
- Im Scheitel ist v kleiner und daher λ_B grösser
- Teilchen verschmiert wegen Dispersion
- Phase von Ψ farbcodiert

freies Teilchen

$V = \text{const.}$, normalerweise auf 0 gesetzt resp $V \overset{!}{=} 0$

Schrödingergleichung für ein freies Teilchen

$$\boxed{i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\vec{r},t)}$$



Propagation of de Broglie waves in 1d - real part of the complex amplitude is blue, imaginary part is green. The probability (shown as the colour opacity) of finding the particle at a given point x is spread out like a waveform, there is no definite position of the particle. As the amplitude increases above zero the curvature decreases, so the decreases again, and vice versa - the result is an alternating amplitude: a wave. Top: Plane wave. Bottom: Wave packet.

freies Teilchen als ebene Welle mit Impuls $\vec{p}$ resp Wellenvektor $\vec{k}$ bei Kreisfrequenz ω resp. Energie E

$$\boxed{\begin{aligned} &\Psi(\vec{r},t) = Ae^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} = Ae^{i(\vec{p}\cdot\vec{r}-Et)/\hbar} \\ &\text{mit } \omega = \begin{cases} \frac{\hbar k^2}{2m} & \text{falls Teilchen Masse } m \text{ hat} \\ kc & \text{falls Teilchen masselos ist} \end{cases} \\ &\text{wobei } \vec{p} = \hbar\vec{k} \text{ und } E = \hbar\omega \end{aligned}}$$

erfüllt Schrödingergl., aber ist unphysikalisch, da Norm.b. n. erfüllt aber Kombination zu Wellenpaket ist physikalisch

Normierungsbedingung für Teilchen das existiert:

$$\boxed{\iiint_{\infty} |\Psi(\vec{r},t)|^2 d^3\vec{r} \overset{!}{=} 1}$$

$\rightarrow$ für ebene Welle nicht erfüllbar, aber für Wellenpaket

Wellenpaket

$$\boxed{\begin{aligned} &\Psi(\vec{r},t) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^3} \iiint_{\infty} \hat{\Psi}_0(\vec{k})\, e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} d^3\vec{k} \quad \text{mit } \omega = \omega(\vec{k}) = \frac{\hbar k^2}{2m} \\ &\text{wobei } \hat{\Psi}_0(\vec{k}) \text{ die Fourier-Transformation von } \Psi_0(\vec{r}) \text{ und } \Psi_0(\vec{r}) = \Psi(\vec{r}, t=0) \text{ ist} \end{aligned}}$$

$\hat{\Psi}_0(\vec{k})$ ist sozusagen die Impulswellenfunktion der Ortswellenfunktion $\Psi_0(\vec{r})$ aber geschrieben als Funktion von $\vec{k}$ anstelle von $\vec{p} = \hbar\vec{k}$

falls $\Psi_0(\vec{r})$ kleine Wellenlänge resp. eng gewunden $\Rightarrow$ $\vec{v}$ resp. $\vec{p}$ gross («hohe Frequenzen»)

stehende Welle

falls $\hat{H} = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V(\vec{r},t) = \frac{-\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{r},t)$ von Zeit unabhängig, kann man Ψ umschreiben:

$$\boxed{\Psi(\vec{r},t) = \psi(\vec{r})\, e^{-i\omega t} \quad \text{wobei } \omega = \frac{E}{\hbar}}$$

„Energie Eigenzustand" oder auch „stationärer Zustand"

→ stehende Welle welche, sich nicht bewegt, und mit ω in komplexer Ebene schwingt

$\psi(\vec{r})$ ist „Eigenfunktion" des $\hat{H}$ zu „Eigenwert" E

in die zeitabhängige S.-G. einsetzen ergibt:

$$\hbar\omega\, \psi(\vec{r}) e^{-i\omega t} = E\psi(\vec{r}) e^{-i\omega t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\vec{r})e^{-i\omega t} + V(\vec{r})\,\psi(\vec{r})e^{-i\omega t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\vec{r}) + V(\vec{r})\psi(\vec{r})\right)e^{-i\omega t}$$

$$\Rightarrow \underbrace{E}_{\text{Energie}}\psi(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\vec{r}) + V(\vec{r})\,\psi(\vec{r}) = \Big(\underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta}_{\text{kinetische}} + \underbrace{V(\vec{r})}_{\text{potenzielle}}\Big)\psi(\vec{r}) = \hat{H}\psi(\vec{r})$$

zeitunabhängige Schrödingergleichung

$$\boxed{E\psi(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\vec{r}) + V(\vec{r})\,\psi(\vec{r})}$$

Lösungen sind Eigenfunktionen (stehende Wellen, nur von Ort abhängig)

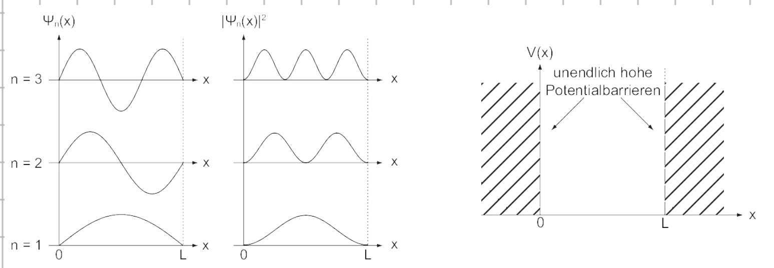
ausserdem erhält man die zugehörigen Eigenwerte, welche dem Energieniveau entsprechen

Potenzialtopf (1D):

Teilchen ist gefangen ⇒ stehende Welle

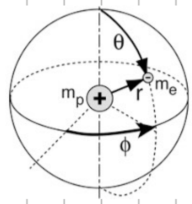
$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{n}}\sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$ für $0 < x < L$

$E_n = \frac{h^2 n^2}{8mL^2}$ (kinetische Energie)



Wasserstoffatom

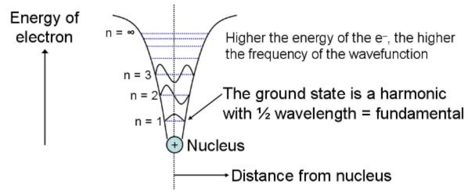
da Proton viel schwerer als Elektron => als punktförmige Masse im Ursprung angenommen



$$E_{kin} = \hat{T} = \frac{\vec{p}^2}{2m} = \frac{(-i\hbar\frac{\partial}{\partial \vec{r}})^2}{2m} = \frac{-\hbar^2}{2m}\Delta$$

$$E_{pot} = \hat{V} = \frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0|\vec{r}|} \quad \text{(Coulomb-Potenzial)}$$

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{V} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0|\vec{r}|}$$



→ Energie des e^- im Wasserstoffatom setzt sich aus kinetischer $\hat{T}$ und elektrostatischer potentieller $\hat{V}$ zusammen

Masse Elektron: $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}\,kg$

reduzierte Masse des Elektrons: $\mu = \frac{m_e m_p}{m_e + m_p} = \frac{m_p}{m_e + m_p} m_e$

einsetzen in t.i. S.E.:

$$E\psi(\vec{r}) = \left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)\psi(\vec{r}) \iff \Delta\psi(\vec{r}) + \frac{2\mu}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + E\right)\psi = 0$$

Schrödingergleichung d. e^- im Wasserstoffatom in Kugelkoordinaten:

$$\underbrace{\frac{\partial^2}{\partial r^2}\psi + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\psi + \frac{1}{r^2}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\psi\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\psi\right)}_{\Delta\psi(r,\theta,\phi)} + \frac{2\mu}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + E\right)\psi$$

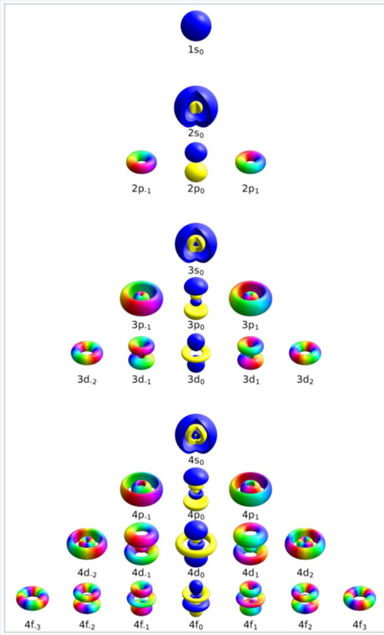
Separationsansatz:

ψ in Produkt von radiusabhängigen Anteil R und eine Kugelflächenfunktion Y zerlegen:

$$\boxed{\psi(r,\theta,\phi) = R(r)\,Y_l^m(\theta,\phi)}$$

Lösungen sind gegeben durch

$$\boxed{\psi_{nlm}(r,\theta,\phi) = N_{n,l}\cdot e^{\frac{-r}{na}}\cdot\left(\frac{2r}{na}\right)^l\cdot L_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na}\right)\cdot Y_l^m(\theta,\phi)}$$



Complete set of ψ_{nlm} eigenfunctions up to $n = 4$. The solid orbitals enclose the volume above a certain probability density threshold. The colors depict the complex phase.

mit:

$a = \frac{\hbar^2}{\mu e^2}$ Bohr Radius

$N_{n,l} = -\sqrt{\left(\frac{2}{na}\right)^3\frac{(n-l-1)!}{2n(n+l)!}}$ Normierungsfaktor

$L_p^q(x) = \sum_{j=0}^{p}(-1)^j\frac{((p+q)!)^2}{j!(j+q)!(p-j)!}x^j$ zugeordnetes Laguerre Polynom

$Y_l^m(\theta,\phi) = -\sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!}}\cdot e^{im\phi}\cdot P_l^m(\cos(\theta))$ Kugelflächenfunktion

$P_l^m(x) = (-1)^m\cdot 2^l\cdot(1-x^2)^{\frac{m}{2}}\cdot\sum_{k=m}^{l}\left(\frac{k!}{(k-m)!}\cdot x^{k-m}\cdot\binom{l}{k}\cdot\binom{(l+k-1)/2}{l}\right)$ zugeordnete Legendre Funktion

zugehörige Energie

$$\boxed{E_n = -\frac{m_e e^4}{2(4\pi\varepsilon_0)^2\hbar^2}\frac{1}{n^2}}$$

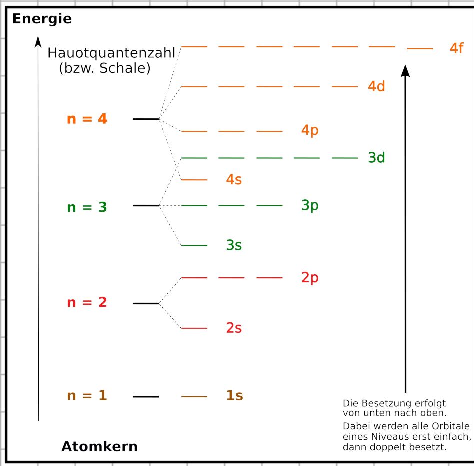
Quantenzahlen

n: Schalennummer (1, 2, 3, ...)

l: Orbitalform ($\overset{s}{0}$ -> Kugel, $\overset{p}{1}$ -> Hantel, $\overset{d}{2}$ -> Rosette, ..., $n-1$)

m: räumliche Lage des Orbitals ($0, \pm 1, \dots, \pm l$)

s: Spin



Pauli-Prinzip

im Grundzustand besetzen e^- (als Fermionen) stets die niedrigsten Energieniveaus (Eigenwerte des Hamilton-Operators)

2 e^- stimmen niemals in allen Quantenzahlen überein, müssen sich immerhin in Spin unterscheiden

Orbital kann 2 e^- mit entgegengesetztem (antiparallelem) Spin aufnehmen

Spin

→ formale Ähnlichkeit zu Drehimpuls der klassischen Mechanik

Teilchen haben Ladung, Masse und Spin
aufgrund des Spins sind Teilchen mit Magnetfeld umgeben

wenn möglich besetzen Teilchen die Zustände paarweise mit entgegengesetztem Spin
→ nach aussen kein Magnetfeld

auch wenn Zustände nicht alle paarweise besetzt werden können gleicht sich Magnetfeld nach aussen oft aus aufgrund der Zufallsverteilung des Spins

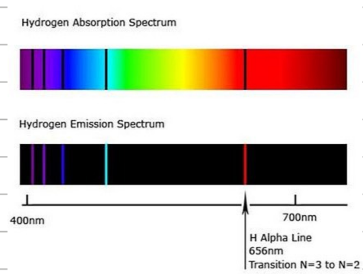
in äusseren Magnetfeld ist Komponente des Drehimpulses, die in Richtung des Magnetfeldes zeigt quantisiert
→ egal wie stark das äussere Magnetfeld, es gibt genau 2 Zustände:
- Spin-Up (mit dem äusseren Magnetfeld)
- Spin-Down (gegen das äussere Magnetfeld)

Elektronen sind für magnetische Eigenschaften von Materialien zuständig

gibt Spindrehimpuls und Bahndrehimpuls

Spektrallinien

Licht wird nur bei gewissen Frequenzen emittiert (Emissionslinien) bzw. absorbiert (Absorptionslinien)



Interpretation:
e^- werden angeregt (in höheren Quantenzustand (höheres Energieniveau)) und fallen wieder zurück

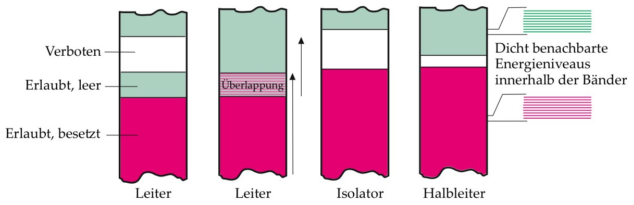
oft wird bei solchen Quantensprüngen ein Photon emittiert oder absorbiert

$$\boxed{\begin{aligned} &\text{Photonenenergie: } E = hf = h\frac{c}{\lambda} = \hbar\omega \\ &\text{Impuls Photon: } p = \frac{h}{\lambda} = h\frac{f}{c} = \hbar k \end{aligned}}$$

Bändermodell

guter Leiter falls freie Ladungsträger, also Valenzband nur teilweise gefüllt oder überlappend mit darüberliegendem

schlechter Leiter falls Valenzband voll und grosse Energielücke zum darüberliegenden



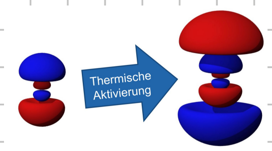
Halbleiter: Bandlücke $E_L < 4eV$

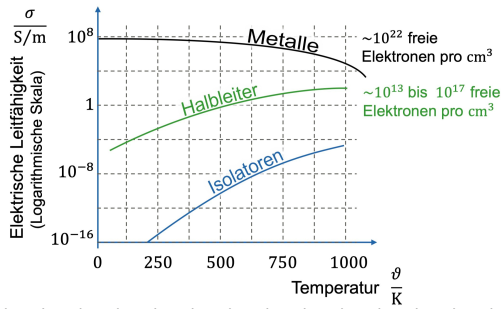
Bandlücke bei $T = 300K$	
Si	$\mathcal{E}_g = 1.12$ eV
Ge	$\mathcal{E}_g = 0.67$ eV
GaAs	$\mathcal{E}_g = 1.42$ eV
InAs	$\mathcal{E}_g = 0.355$ eV
GaP	$\mathcal{E}_g = 2.26$ eV

Bandgap Engineering = mit verschiedenen Halbleitermaterialien und Dotierungen schichtenweise die Bandkanten und das Ferminiveau gezielt verändern

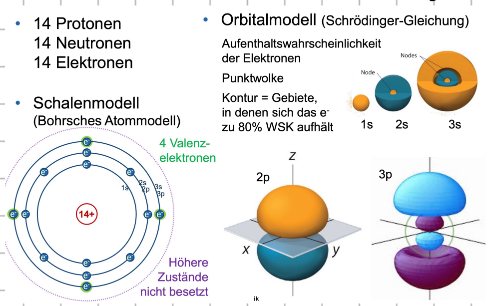
Semiconductor Device Fabrication = daraus mit Mikrostrukturierung die Halbleiterbauteile herstellen

Leitfähigkeit von Halbleitern nimmt bei Erwärmung zu



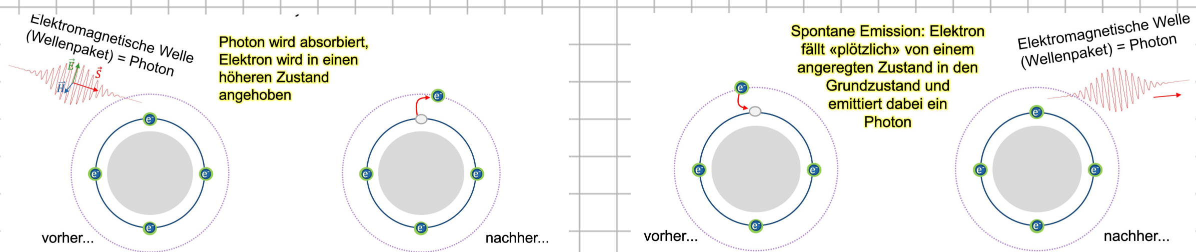


Silizium Atommodell:

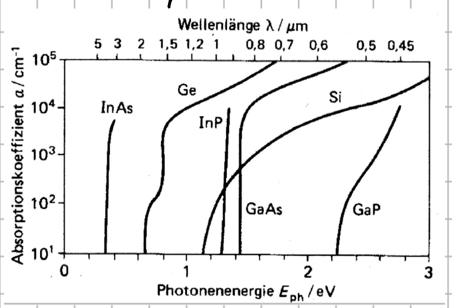


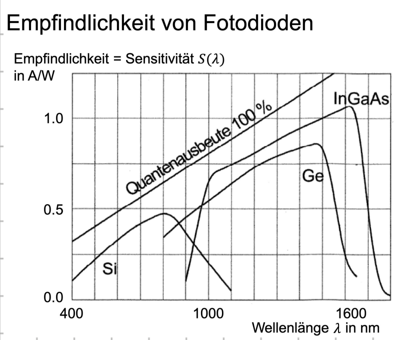
LED: bei Rekombination von Löchern und e^- werden Photonen generiert
→ je nach Halbleiter andere Farbe

Photon-Elektron Interaktion



Lichtabsorption Halbleiter





Photostrom

$$I_{ph} = \frac{\Phi_L \cdot e}{\mathcal{E}_{ph}} \eta(\lambda)$$

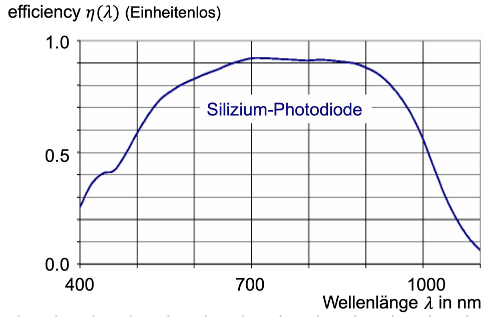
Sensitivität

$$S(\lambda) = \frac{I_{ph}}{\Phi_L}$$

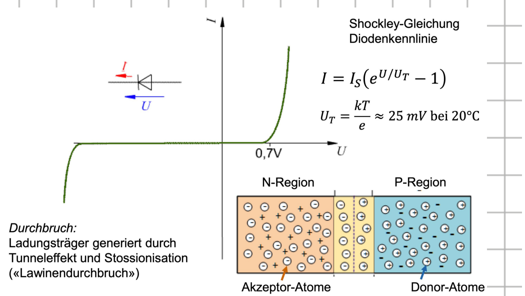
η = Quantenausbeute oder quantum efficiency

Φ_L = Strahlungsleistung in Watt

Quantenausbeute = quantum efficiency $\eta(\lambda)$ (Einheitenlos)



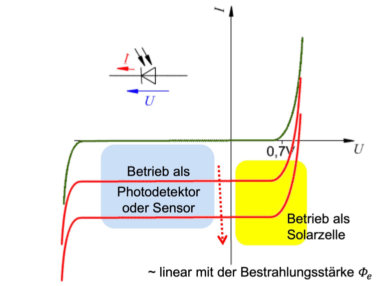
Diode vs Photodiode / Solarzelle

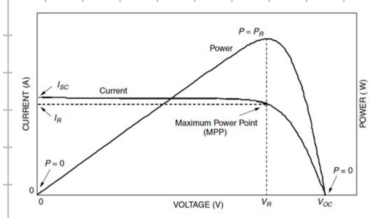


Shockley-Gleichung Diodenkennlinie

$$I = I_S\left(e^{U/U_T} - 1\right)$$

$$U_T = \frac{kT}{e} \approx 25\ mV \text{ bei } 20°C$$

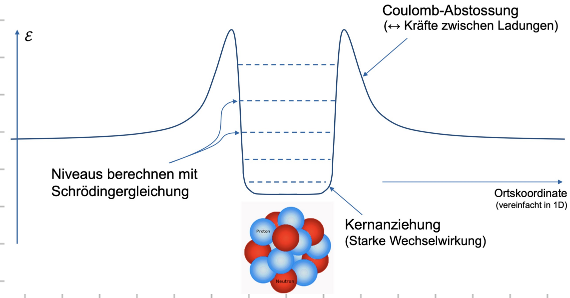




MPP = Maximum Power Point

Ladeelektronik optimiert Strom und Spannung, so dass $P_{MPP} = U_{MPP} \cdot I_{MPP}$ maximal ist.

Kernphysik



starke Wechselwirkung:

Anziehung zwischen Nukleonen über Distanzen $\lesssim 1\,\mathrm{fm}$

$\Rightarrow$ Gluonen («klebrige Teilchen»)

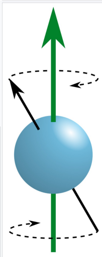
$A = N + Z$

Kernbindungsenergie: $E_b = (Z m_H + N m_n - m_A) c^2$

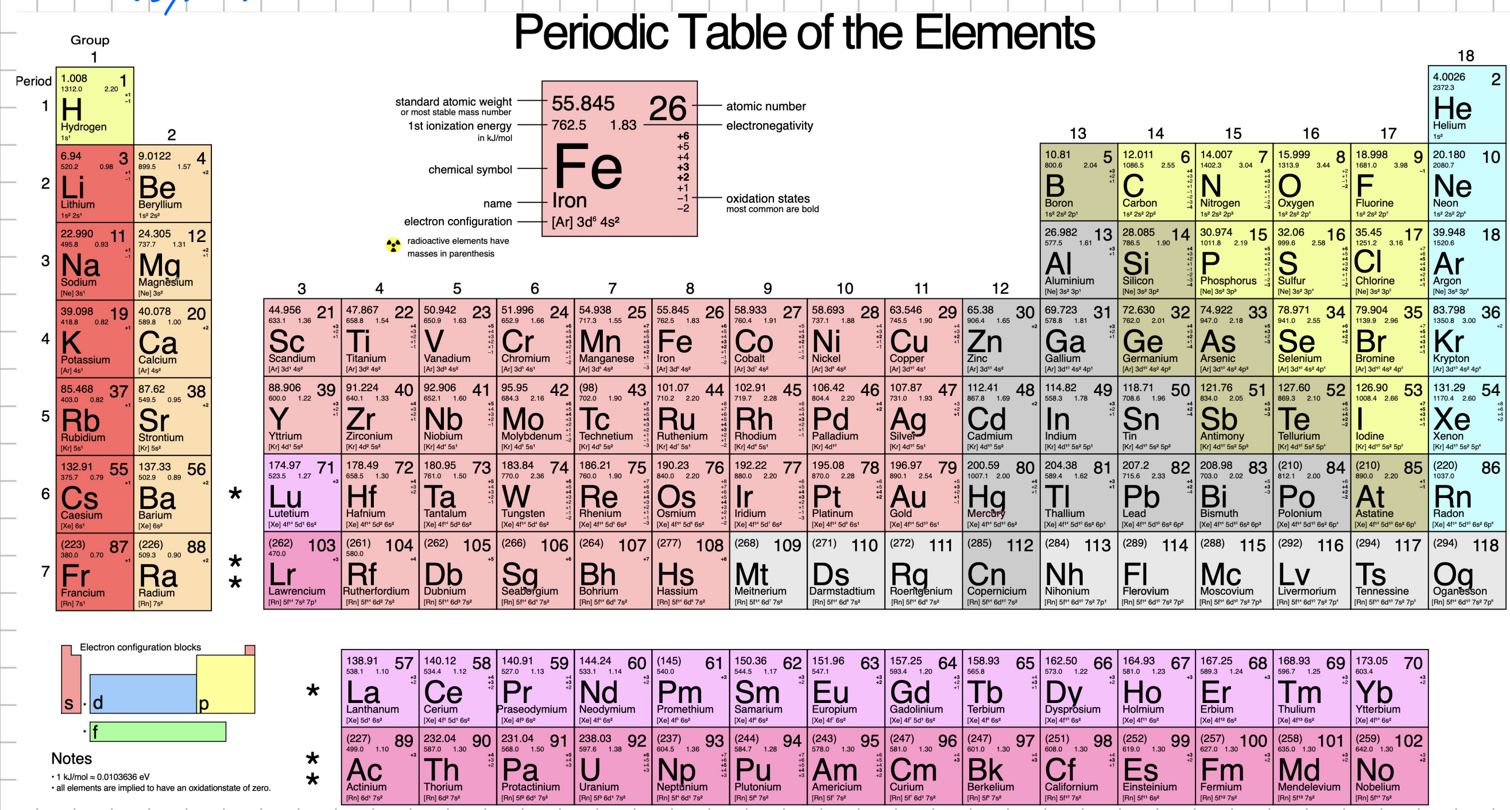
magnetisches Dipolmoment: $\vec{M} = \gamma \vec{L}$

Larmor-Frequenz: $\omega_0 = \gamma |\vec{B}_0|$

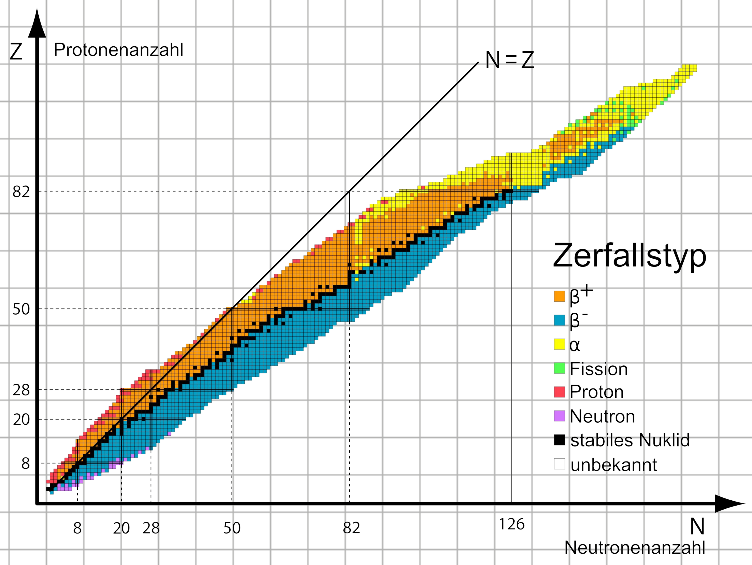
Direction of precession for a particle with positive gyromagnetic ratio. The green arrow indicates the external magnetic field, the black arrow the particle's magnetic dipole moment.



Periodensystem



Radioaktivität



Zerfallsart	Merkmale	Beispiele
α-Zerfall α-Teilchen	– Kernumwandlung unter Aussendung von α-Teilchen, He – Abnahme der Massenzahl *A* um 4 und der Kernladungszahl *Z* um 2 Einheiten – typisch für radioaktive Elemente mit $A > 209$ und $Z > 83$	U ⟶ Th + He Th ⟶ Ra + He Ra ⟶ Rn + He Po ⟶ Pb + He
β⁻-Zerfall Elektron	– Kernumwandlung unter Abstrahlung von Elektronen, e – Umwandlung eines Neutrons in ein Proton und ein Elektron n ⟶ p + e – Zunahme der Kernladungs-zahl *Z* um 1 Einheit bei kon-stanter Massenzahl *A* – typisch für radioaktive Elemente mit *N/Z* oberhalb der Zone der Stabilität (↗ S. 000)	I ⟶ Xe + e Ta ⟶ W + e Br ⟶ Kr + e Mg ⟶ Al + e
β⁺-Zerfall Positron	– Kernumwandlung unter Emission von Positronen e – Umwandlung eines Protons in ein Neutron und ein Positron p ⟶ n + e – Abnahme der Kernladungs-zahl *Z* um 1 Einheit bei kon-stanter Massenzahl *A* – typisch für radioaktive Elemente mit *N/Z* unterhalb der Zone der Stabilität (↗ S. 000)	C ⟶ B + e K ⟶ Ar + e Mg ⟶ Na + e O ⟶ N + e
γ-Zerfall Elektron γ-Strahlung	– Umwandlung eines Protons durch ein Elektron einer inneren Elektronenschale in ein Neutron p + e ⟶ n – Kernumwandlung unter Abstrahlung energiereicher Photonen, der γ-Strahlung – typisch für fast alle radioaktiven Elemente	e + Rb ⟶ Kr + γ e + Ar ⟶ Cl + γ e + Be ⟶ Li + γ Bei allen Elektroneneinfangreaktionen wird γ-Strahlung frei.

Bindungsenergie:

$$\boxed{\Delta E_B = \Delta m c^2 = \sum m_i c^2 - M c^2}$$